科 目 名	担　当	実 施 年 月 日	参考書等の使用	
数学演習 I　第 12 回	飯　田	2004 年 12 月 3 日	不　　可	
学 科 名	学　年	学 籍 番 号	氏　　　名	合計得点

解答は丁寧に論理的に書くこと．答えのみのものや殴り書きのような答案は採点しないので，注意すること．
裏面に解答を記述する際は，その旨を明記すること

問 1．次の定積分の値を求めよ　　(各 20 点)

(1) $\displaystyle\int_1^2 x^2 \log x dx$

(2) $\displaystyle\int_1^2 e^{x^2} x^3 dx$

(3) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$

問 2．放物線 $y = x$ と直線 $x - y = 1$ に囲まれた部分の面積を求めよ．

（1）グラフを図示し, 求めるべき面積部分を破線で示せ（10 点）

（2）放物線と直線の交点を求めよ（10 点）

（3）積分して面積を示せ。(20 点）

数学演習補助資料：定積分

機械工学科　飯田明由

定積分の公式

k,h は定数とする．

$$\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^b \{f(x)+g(x)\}\,dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

$$\int_a^b \{kf(x)+hg(x)\}\,dx = k\int_a^b f(x)dx + h\int_a^b g(x)dx$$

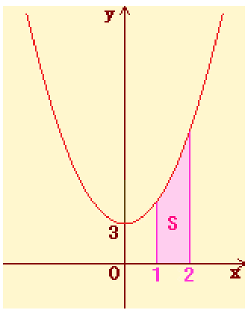
$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

面積の計算

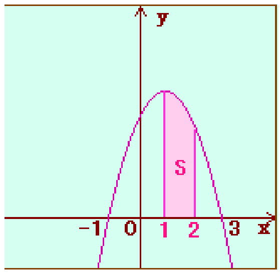
例題１　放物線 $y=x^2+3$ と x 軸および２直線 $x=1$，$x=2$ とで囲まれた部分の面積 S を求めよ．



まず，問題を図で示すと上のようになる．したがって，$1 \leqq x \leqq 2$ において，$y \geqq 0$ となる．このことから，グラフを書くことにより，求める部分が x 軸より上 $(y \geqq 0)$ であることがわかる．

$$\int_1^2 (x^2+3)dx = \left[\frac{1}{3}x^3+3x\right]_1^2 = \frac{16}{3}$$

例題２　放物線 $y=-x^2+2x+3$ と x 軸および２直線 $x=1$，$x=2$ とで囲まれた部分の面積 S を求めよ。

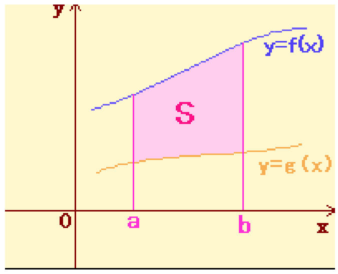


$$\int_1^2 (-x^2+2x+3)dx = \left[-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x\right]_1^2 = \frac{11}{3}$$

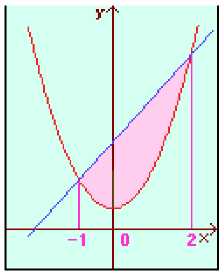
例題３　放物線 $y=x^2+1$ と直線 $y=x+3$ とで囲まれた部分の面積 S を求めよ。

$a \leqq x \leqq b$ の範囲で，$0 \leqq g(x) \leqq f(x)$ とするとき，２つの曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ と２直線 $x=a$，$x=b$ とで囲まれた部分の面積 S は，

$S = \displaystyle\int_a^b \{f(x)-g(x)\}\,dx$ と表すことができるから



例題３の場合，$fx(x)=x+3$，$g(x)=x^2+1$ となる．積分範囲は２つのグラフの交点から求める．



$$\begin{cases} y=x^2+1 \\ y=x+3 \end{cases}$$

これを解いて $x=-1, x=2$

したがって，求める面積 S は

$$\int_{-1}^2 \{(x+3)-(x^2+1)\}\,dx = \int_{-1}^2 (2+x-x^2)dx$$

$$= \left[2x+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x^3\right]_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$