

複雑トンネルにおける換気システム設計のための空気力学モデル*

西馬 功 泰^{*1}, 後藤 幸 夫^{*1}
福嶋 秀 樹^{*2}, 水野 明 哲^{*3}An Aerodynamic Model of Complex Tunnels
for Ventilation System DesignNorihiro NISHIUMA^{*4}, Yukio GOTO,
Hideki FUKUSHIMA and Akisato MIZUNO^{**} Mitsubishi Electric Corporation Advanced Technology R & D Center,
8-1-1 Tsukaguchi-Honmachi, Amagasaki-shi, Hyogo, 661-8661 Japan

Road tunnels in urban area tend to have diverging and merging roads and ventilation shafts. In such complex tunnels, the dynamics of air flow is so complicated that it is difficult to develop ventilation simulation and control systems by using traditional air flow velocity model based on equation of motion. In this paper, a general model of air flow velocity for complex tunnels is proposed. By using the proposed model, it is possible to simulate one-dimensional air flow velocity in any complex tunnels and shutdown operation without changing structure of the model.

Key Words: Transient Responce, Modeling, Pipe Flow, Optimum Design, Equation of State, Road Tunnel, Ventilation Control, Simulation, Aerodynamic Model

1. 緒言

近年, 都市部における渋滞の緩和, 住環境の改善を目的に, 多くの地下道路トンネルの建設が計画されている。都市部におけるトンネルの多くは分岐合流道路や汚染空気的生活圏への流出を防ぐ集中排気立坑などを持つため⁽¹⁾, 山岳部のトンネルに比べ複雑な換気構造を持つ(以下複雑トンネルと呼ぶ)。

従来日本においては, 建設コストの観点から多くのトンネルで縦流式換気が採用されてきた⁽²⁾。これまでに, 単一の車道空間のみを持つトンネル⁽³⁾⁽⁴⁾から関越トンネル⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾, 東京湾横断道路トンネル⁽⁸⁾などの送排気立坑を持つトンネルに至るまで, トンネル内空気の運動方程式に基づいた空気力学モデル(以下空力モデルと呼ぶ)が, 風速分布のシミュレーションや換気制御系の設計に用いられ実績をあげている。

すでに, 送排気立坑を持つトンネルにおける空力モ

デルを連立常微分方程式の形で通気回路網解析手法に基づいて構築する方法⁽⁷⁾⁽⁸⁾が提案されているが, 個別的なトンネルへの適用に留まり, 様々な構造を持つトンネルに汎用的に適用できるモデルを与えるものではない。また, 非常時における立坑のシャットダウンのようなトンネル構造を動的に変化させる運用方法を表現する場合にはモデルの構造を変える必要が生じ, 計算機でシミュレーションを実現する場合に扱いにくい。

一方, 汎用的な換気シミュレーションを実現するために, ポンドグラフを用いたモデル化方法⁽⁹⁾が提案されているが, 換気制御系の設計に用いることができる空力モデルを導出するものではなく, シャットダウンへの対応についても検討されていない。

本稿では, 従来の通気回路網解析手法に基づくモデルをグラフ表現⁽¹⁰⁾を用いて一般化することにより, 複雑トンネルに対応した汎用的な空力モデルを構築する。次に, 構築したモデルを用いれば, どんなに複雑な分岐合流構造を持つトンネルに対してもきわめて一般的に風速分布と圧力分布のシミュレーションを実現することが可能であり, さらにモデルの構造を変えることなくトンネル構造の動的な変化を模擬できることを示す。最後に, 構築したモデルと交通流シミュレータ⁽¹¹⁾

* 原稿受付 2001年11月8日。

^{*1} 三菱電機(株)先端技術総合研究所(☎661-8661 尼崎市塚口本町8-1-1)。^{*2} 三菱電機(株)電力・産業システム事業所(☎652-8555 神戸市兵庫区和田崎町1-1-2)。^{*3} 正員, 工学院大学工学部(☎192-0015 八王子市中野町2665)。

E-mail: nishiura.norihiro@wrc.melco.co.jp

を組み合わせることによって実現した換気シミュレーションによる計算例を示す。

2. 従来のモデルとその課題

ここでは、分岐合流点を持たない単一の車道空間のみを持つトンネルと送排気立坑を持つトンネルの2つの例において、シミュレーションおよび換気制御系を設計するために用いられてきたモデルを示し、複雑トンネルへ適用する場合の課題について述べる。

2.1 従来のモデル

2.1.1 単一の車道空間のみを持つトンネル 縦流換気式トンネルにおいては空気の圧縮性を無視することにより、(1)式に示すトンネル内空気の運動方程式が用いられてきた⁽³⁾⁽⁴⁾。

$$m \frac{\partial v}{\partial t} = f + a(p_b - p_e) \quad (1)$$

ただし、 $v, f, a, m, p_b(p_e)$ はそれぞれトンネル内風速[m/s]、自然換気力以外の換気力の和[N] (以上は、入口から出口に向かう方向が正方向)、トンネル断面積[m²]、トンネル内空気質量[kg]、入口の大気圧(出口の大気圧)[Pa]を表す。

2.1.2 送排気立坑を持つトンネル 図1の送排気立坑を持つトンネルにおける空力モデルを通気回路網解析手法に基づいて導く手法が提案されている⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

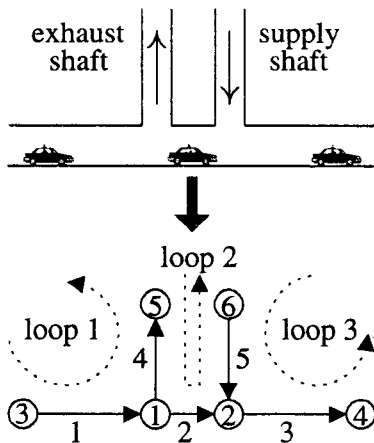


Fig. 1 Structure of a Tunnel with Vertical Shafts

図1のトンネル構造において、立坑直下の分岐合流点①,②での流量保存則を仮定すれば、独立な風速の数は3つ(例えば車道空間の風速)である。このとき、3つのループ(例えば図中のループ1、ループ2、ループ3)それぞれに対して(1)式と同様の運動方程式を導くことができ、導いた3本の運動方程式を連立すれば風速に関する連立常微分方程式が得られる。例えばループ1に関する運動方程式は次式で与えられる。

$$m_1 \frac{\partial v_1}{\partial t} + m_4 \frac{\partial v_4}{\partial t} = f_1 + f_4 + a_3 p_3 - a_5 p_5 \quad (2)$$

ただし、 $v_1(v_4), f_1(f_4), a_1(a_4), m_1(m_4)$ はそれぞれ車道1(立坑4)の風速[m/s]、自然換気力以外の換気力の和[N](矢印の方向が正方向)、断面積[m²]、空気質量[kg]を表し、 p_3, p_5 はそれぞれトンネル入口3、排気立坑口5の大気圧[Pa]を表す。

2.2 複雑トンネルにおける課題 通気回路網解析手法に基づくモデル化方法を複雑トンネルへ適用する場合の課題として次の2点がある。

- 1) ループの選択 モデル化の過程で、トンネル構造(車道、立坑などの接続関係)に基づき、独立な運動方程式を導くためのループを選択しなければならない。ループの数が多いために自由度が多いために面倒な作業となる。
- 2) シャットダウンへの対応 立坑のシャットダウンのようなトンネル構造が動的に変化する場合には、シャットダウンする立坑を含むループが存在しなくなるため、モデルの構造を変える必要が生じる。シミュレーションを実現する場合には扱いにくい。

3. 複雑トンネルにおける空力モデル

ここでは、複雑トンネルをトンネル区間の集合として表現し(3.1節)、ループの定義を用いることなく、トンネル区間の接続関係だけを用いて風速に関する連立常微分方程式が構築できることを示す(3.2節)。そして、構築したモデルが通気回路網解析手法に基づいて得られるモデルと一致し、モデルの構造を変えることなくトンネル構造の動的な変化を表現できることを示す(3.3節)。

3.1 複雑トンネルのグラフ表現 様々な構造を持つトンネルの汎用的なモデルを得るために、トンネル全体を図2に示すようなリンクとノードによって単純化したグラフにより表現する。

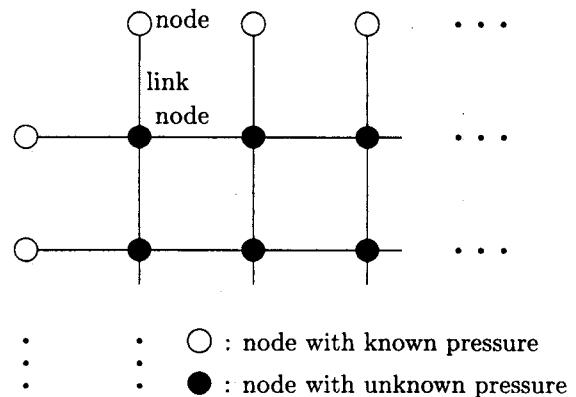


Fig. 2 General Structure of a Complex Tunnel

図2において、○はトンネル出入口、立坑の坑口などの圧力が既知なノード、●は道路の分岐合流点、立坑の

トンネル内送排気口などの圧力が未知なノードをそれぞれ表す。また、2つのノードを互いに結ぶトンネル区間をリンクとする。このとき、圧力が未知なノードおよび既知なノードがそれぞれ n, n_0 個、リンクが n_L 本存在すると仮定し、以下のようにリンク L_i およびノード N_j を決める。

- 1) リンク L_i 各リンクは方向を持ち、 L_1, \dots, L_{n_L} とする。
- 2) ノード N_j 圧力が未知なノード(●)は先に番号付けし、 N_1, \dots, N_n とする。圧力が既知なノード(○)は $N_{n+1}, \dots, N_{n+n_0}$ とする。

このとき、ノードとリンクの接続関係を表現する接続行列 $S(n_L \times (n+n_0))$ が以下のように定式化できる。また、提案する空力モデルでは用いないが、従来の通気回路網解析手法に基づくモデルとの関係を示すためにループとリンクの包含関係を表すループ行列 $L(n_L \times (n_L-n))$ も記述しておく。

- 3) 接続行列 S $\{1, -1, 0\}$ を要素に持つ行列で、ノードとリンクの接続関係を表す。行番号、列番号がそれぞれリンク番号、ノード番号に対応する。各行の成分 s_{ij} は(4)式の規則によって決まる。 S_1 は圧力が未知のノード N_j (n 個, $j = 1, \dots, n$)の接続関係を表し、 S_2 は圧力が既知のノード N_j (n_0 個, $j = n+1, \dots, n+n_0$)の接続関係を表す。各リンクは必ず2つのノードを結ぶため、行列 $S_1(n_L \times n)$, $S_2(n_L \times n_0)$ をあわせた接続行列 S の各行は1, -1をそれぞれ1つずつ持つ。

$$S = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$s_{ij} = \begin{cases} 1 & \left(\begin{array}{l} i \text{ 番目のリンクの始点が} \\ j \text{ 番目のノードと一致} \end{array} \right) \\ -1 & \left(\begin{array}{l} i \text{ 番目のリンクの終点が} \\ j \text{ 番目のノードと一致} \end{array} \right) \\ 0 & \text{(それ以外)} \end{cases} \quad (4)$$

- 4) ループ行列 L 2つのノードを結ぶ経路で、始点ノードと終点ノードが共に同じ、または共に圧力が既知なノードであるものをループと考える。ここでは、全てのノードとリンクの各々が、少なくとも1つのループに含まれるように $n_L - n$ 個のループを選択することによってループ行列 L を構成する。ループ行列は、 $\{1, -1, 0\}$ を要素に持つ行列で、ループとリンクの包含関係を表す。行番号、列番号がそれぞれリンク番号、ループ番号に対応し、各行の成分 l_{ij} は(5)式の規則によって決まる。

$$l_{ij} = \begin{cases} 1 & \left(\begin{array}{l} i \text{ 番目のリンクが} j \text{ 番目の} \\ \text{ループに含まれ、同方向} \end{array} \right) \\ -1 & \left(\begin{array}{l} i \text{ 番目のリンクが} j \text{ 番目の} \\ \text{ループに含まれ、逆方向} \end{array} \right) \\ 0 & \text{(それ以外)} \end{cases} \quad (5)$$

例えば、図1の送排気立坑を持つトンネルにおける接続行列とループ行列は次のように書ける。

$$S = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

3.2 接続行列を用いたモデルの構築 接続行列を用いて、リンク内空気の運動方程式とノードにおける空気の流量保存則を行列表現することにより、汎用的な空力モデルを構築する。リンク L_i ($i = 1, \dots, n_L$)およびノード N_j ($j = 1, \dots, n$)における物理量をTable. 1のように記述する。この時、リンク L_i 内空気の運動方程

Table. 1 Notations

a_i	Cross Section of Link i	$[m^2]$
m_i <td>Air Mass of Link i <td>$[m]$ </td></td>	Air Mass of Link i <td>$[m]$ </td>	$[m]$
v_i <td>Airflow Velocity of Link i <td>$[m/s]$ </td></td>	Airflow Velocity of Link i <td>$[m/s]$ </td>	$[m/s]$
f_i <td>All Ventilation Force of Link i except Natural Ventilation Force <td>$[N]$ </td></td>	All Ventilation Force of Link i except Natural Ventilation Force <td>$[N]$ </td>	$[N]$
p_j <td>Pressure of Node j <td>$[N/m^2]$ </td></td>	Pressure of Node j <td>$[N/m^2]$ </td>	$[N/m^2]$

式とノード N_j における流量保存則はそれぞれ(8), (9)式のように書ける。

$$m_i \frac{\partial v_i}{\partial t} = f_i(v_i) + a_i(p_b - p_e) \quad (8)$$

$$\sum_{[for \text{ all } L_i \leftrightarrow N_j]} a_i v_i = 0 \quad (9)$$

ただし、1つの始点(終点)のノード圧力[Pa]をそれぞれ $p_b(p_e)$ とする。また、 $\sum_{[for \text{ all } L_i \leftrightarrow N_j]}$ はノード N_j に接続する全てのリンクに対して和をとることを意味する。(8)式を辺々並べてまとめ、(4)式の接続行列 S を用いると次式を得る。

$$M\dot{v} = f(v) + \Phi_{in}p_{in} + \Phi_{out}p_{out} \quad (10)$$

ただし、 $\Phi_{in}(n_L \times n)$, $\Phi_{out}(n_L \times n_0)$, $p_{in}(n \times 1)$, $p_{out}(n_0 \times 1)$, $v(n_L \times 1)$, $f(v)(n_L \times 1)$, $A(n_L \times n_L)$, $M(n_L \times n_L)$ は次のように書ける。

$$\Phi_{in} = AS_1 \quad (11)$$

$$\Phi_{out} = AS_2 \quad (12)$$

$$p_{in} = [p_1, \dots, p_n]^T \quad (13)$$

$$p_{out} = [p_{n+1}, \dots, p_{n+n_0}]^T \quad (14)$$

$$v = [v_1, \dots, v_{n_L}]^T \quad (15)$$

$$f(v) = [f_1(v_1), \dots, f_{n_L}(v_{n_L})]^T \quad (16)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & a_{n_L} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_{n_L} \end{bmatrix} \quad (18)$$

一方、(9)式の流量保存則は接続行列を用いて、

$$S_1^T A v = 0 \quad (19)$$

のように書ける。さらに(19)式を時間微分した

$$S_1^T A \dot{v} = 0 \quad (20)$$

と運動方程式(10)より未知のノードの圧力 p_{in} は次式で与えられる。

$$p_{in} = -\Psi_{in}^{-1} \Psi_{out} p_{out} - \Psi_{in}^{-1} \Gamma f(v) \quad (21)$$

ただし、 $\Psi_{in}(n \times n)$, $\Psi_{out}(n \times n_0)$, $\Gamma(n \times n_L)$ は次のように書ける。

$$\Psi_{in} = S_1^T M^{-1} A^2 S_1 \quad (22)$$

$$\Psi_{out} = S_1^T M^{-1} A^2 S_2 \quad (23)$$

$$\Gamma = S_1^T M^{-1} A \quad (24)$$

ここで、付録Aより接続行列 S_1 がフルランクであれば行列 Ψ_{in} が逆行列を持つことが分かっている。

さらに、(10), (21)式より、次の風速 v に関する連立常微分方程式が導かれる。

$$M \dot{v} = f(v) + \Phi_{in} \{-\Psi_{in}^{-1} \Psi_{out} p_{out} - \Psi_{in}^{-1} \Gamma f(v)\} + \Phi_{out} p_{out} \quad (25)$$

(25)式を整理して、最終的に空力モデルを得る。

$$\dot{v} = U_1 f(v) + U_2 p_{out} \quad (26)$$

ただし、 $U_1(n_L \times n_L)$, $U_2(n_L \times n_0)$ は次のように書ける (I は単位行列 ($n_L \times n_L$) を表す)。

$$U_1 = M^{-1} (I - \Phi_{in} \Psi_{in}^{-1} \Gamma) \quad (27)$$

$$U_2 = M^{-1} (\Phi_{out} - \Phi_{in} \Psi_{in}^{-1} \Psi_{out}) \quad (28)$$

したがって、風速 v の初期値と大気圧などの既知の圧力 p_{out} を与えれば、(21), (26)式を用いて風速分布と圧力分布のシミュレーションを行うことができる。

3.3 モデルの考察

3.3.1 従来のモデルとの関係 ここでは、2.1節の通気回路網解析手法に基づいたループ毎の運動方程式をループ行列 L を用いて行列表現し、(26)式と一致することを示す。接続行列 S とループ行列 L の間に次式の関係が成立する⁽¹⁰⁾。

$$L^T S_1 = 0 \quad (29)$$

(10)式の両辺にループ行列 L^T を乗じ、(29)式の関係を用いれば、次式の連立常微分方程式が得られる。

$$L^T M \dot{v} = L^T f(v) + L^T \Phi_{out} p_{out} \quad (30)$$

(30)式は、通気回路網解析手法に基づくループ毎の運動方程式を行列表現したものである。また、(20)式と(30)式を連立させ、 \dot{v} について解けば(26)式を導くことができる。提案したモデル化方法は、接続行列だけを用いてモデルを構築できるため、ループ行列を与える必要がない点で有利である。

3.3.2 トンネル構造の動的な変化への対応 提案した(26)式のモデルを用いることによって、モデルの構造を変えることなく、シャットダウンなどのトンネル構造の動的な変化を模擬する方法について述べる。

ここでは、「リンクをシャットダウンすること」を「トンネル内のあるリンクの風速を任意の時間で0にできること」と等価と考え、シャットダウンするリンクの風速の変化率が既知であれば、風速を任意の時間で0にできることを示す。

シャットダウン中は仮想的な力の δf が働くとする空力モデルは次式のように書ける。

$$\dot{v} = U_1 (f(v) + \delta f) + U_2 p_{out} \quad (31)$$

ここで、シャットダウン開始(時刻 $t = T_0$) から時間 T_1 の間に風速が一定の割合で減少し、シャットダウンが完了する場合を考える(図3)。

1) シャットダウン完了前 ($T_0 < t < T_0 + T_1$) シャットダウンするリンクの既知な風速変化率を達成するのに必要な仮想的な力 δf_i は次式を解くことより求められる。

$$[\dot{v}]_{sd} = [U_1 (f(v) + \delta f) + U_2 p_{out}]_{sd} \quad (32)$$

ただし、 $[a]_{sd}$ はベクトル a のシャットダウンするリンクに関する成分だけを取り出して構成したベクトルを表す。

2) シャットダウン完了後 ($T_0 + T_1 < t$) 風速を0に保持するために必要な力 δf_i は次式より求められる。

$$0 = [U_1 (f(v) + \delta f) + U_2 p_{out}]_{sd} \quad (33)$$

このように仮想的な力を導入することにより、空力モデル(26)の構造を変更することなくシャットダウン運用を表現することができる。

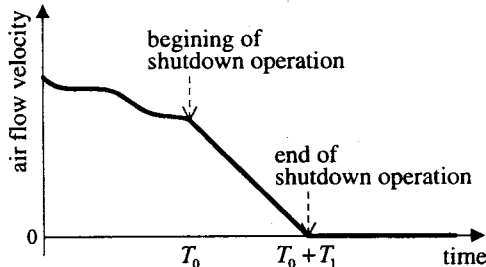


Fig. 3 Air Flow Velocity in Shutdown Operation

4. 数値シミュレーション

構築した(26)式の空力モデルと交通流シミュレータ⁽¹¹⁾を組み合わせ、車両1台毎の交通換気力への寄与を考慮した換気シミュレーションを実現した。

以下に示すシミュレーション例において、風速の更新計算は(26)式の空力モデルをEuler法(離散間隔0.5[s])により逐次計算することによって行った。ただし、離散時間間隔は空力モデルの時定数を考慮して、十分小さい値を設定した。この場合、各計算ステップにおいて 10^{-8} 以下のオーダで(19)式の流量保存則が成立していることを確認した。また、風速およびトンネル内の車両台数はそれぞれ0[m/s], 0台の状態からシミュレーションを開始し、大気圧は全て0[Pa], トンネル内の空気密度を $1.2[\text{kg}/\text{m}^3]$ とした。また、ジェットファン昇圧力および通気抵抗力は、噴流速度30[m/s], 噴流面積 $1.83[\text{m}^2]$, 壁面摩擦係数0.025の各値と標準的な計算式⁽²⁾を用いて計算している。

4-1 交通の無い分岐合流トンネルの例 図4の分岐合流路を持つトンネルにおいて、車両が存在しない状態でリンク2におけるジェットファンをリンクの正方向に8台運転した場合の風速および分岐合流点における圧力の変化(ステップ応答)を図6に示す。ただし、全てのリンクの断面積を $58[\text{m}^2]$, それぞれのリンクの長さをリンク1: 1000[m], リンク2: 2000[m], リンク3: 800[m], リンク4: 300[m], リンク5: 1000[m]とした。風速グラフ, 圧力グラフより、各時刻において流量保存則が成立しする様子, ジェットファンの昇圧力の効果によりノード1の圧力よりノード2の圧力が高くなっている様子がそれぞれ確認できる。

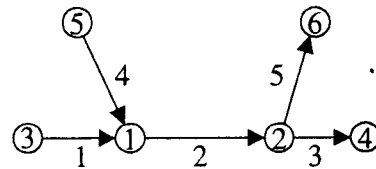


Fig. 4 Structure of a Tunnel with a Diverging Road and a Merging Road

4-2 シャットダウン運用の例 図1の送排気立坑を持つ一方通行のトンネルにおける風速の変化および立坑直下の分岐合流点における圧力の変化を図7に示す。ただし、それぞれのリンクの長さはリンク1: 1850[m], リンク2: 50[m], リンク3: 1100[m], リンク4, 5: 100[m]とした。ここでは、シミュレーション開始後10分から立坑(リンク4, 5)における送排気ファンを運転, 20分から車両停止, 立坑ファン停止, シャットダウンを行った場合の結果を示している。グラフより、立坑のシャットダウンを表現可能であること, 送気ファンの運転によりリンク3の風速が上昇すること, 排気ファンの運転によりリンク2の風速が低下することが確認できる。

4-3 立坑集中排気換気制御の例 図5のような一方通行の分岐道路(リンク6, 7, 9, 10), 合流道路(リンク8)と集中排気立坑(リンク11, 12, 13)を持つトンネルにおいて、汚染空気が道路区間からトンネル外に出ないように換気制御を行った場合のトンネルから出る道路(リンク5, 7, 10)における風速の変化を図8に示す。ただし、それぞれのリンクの長さはリンク1, 2, 3: 1000[m], リンク4: 900[m], リンク6, 9: 200[m], リンク5, 7, 10, 11, 12, 13: 100[m]とした。シミュレーション開始後10分までは換気機の運転を行っていない。そのため図8において、リンク5, 7, 10の風速が正(トンネル外へ出る方向)であるが、10分以降立坑送排気ファン・ジェットファンを制御することによりリンク5, 7, 10の風速が負に保たれ、汚染空気のトンネル外への流出が抑制できることが分かる。

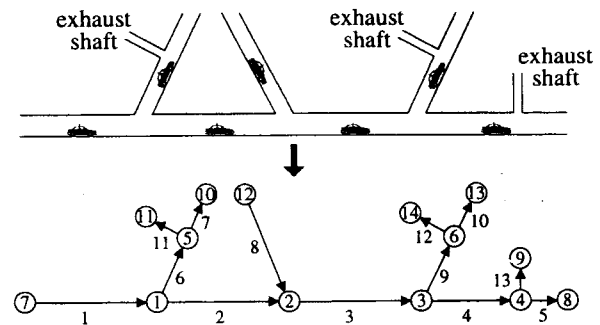


Fig. 5 Structure of a Tunnel with Diverging Roads, a Merging Road and Vertical Shafts

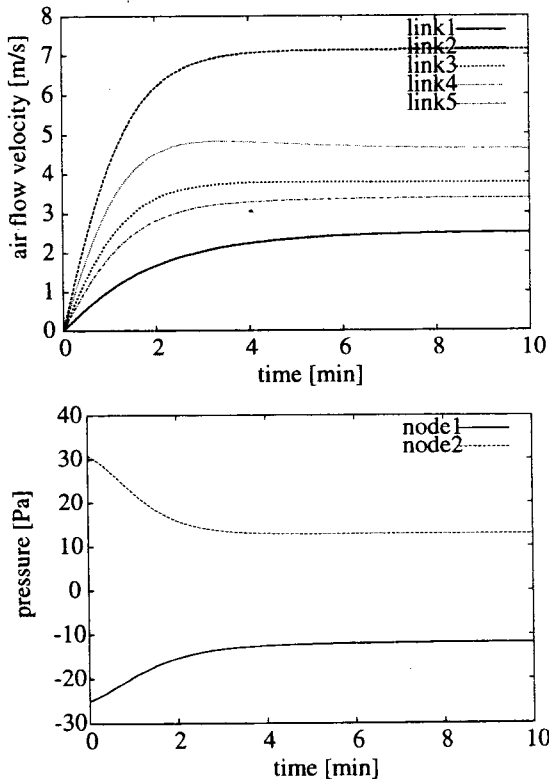


Fig. 6 Air Flow Velocity and Pressure in a Tunnel with a Diverging Road and a Merging Road

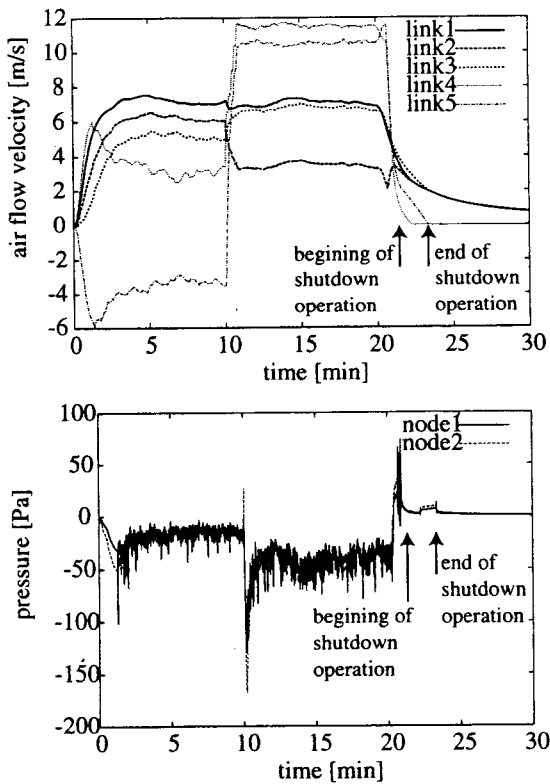


Fig. 7 Air Flow Velocity and Pressure in a Tunnel with Vertical Shafts

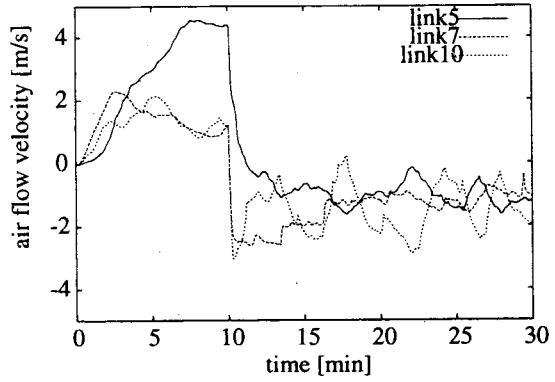


Fig. 8 Air Flow Velocity in Outgoing Roads

5. 結言

本稿では、従来のトンネル内空カモデルをグラフ表現を用いて一般化することにより、複雑トンネルに対応した汎用的な空気力学モデルを構築した。提案したモデルは、①換気制御系の設計、②過渡的な状況を考慮した換気設備の設計、③火災時の避難環境の検討など様々な用途に用いることができる。横流換気方式への適用可能性を現在用いられているモデル⁽¹²⁾との比較によって評価すること、提案したモデルを用いた複雑トンネルの汎用的な換気制御方式の開発が今後の課題である。

最後に、本稿を執筆するにあたり、有益なご意見を下さった創発システム研究所 中堀一郎博士、最初のシミュレーション例を提供して下さいた工学院大学 谷内伸一氏に感謝致します。

文 献

- (1) R. Kuboki and M. Ishida: The Ventilation System and its Control Plan under Fire Accidents for a Complexed Road Tunnel in Urban Area, *1st International Conference on Long Road and Rail Tunnels*, pp. 273-282 (1999)
- (2) 道路トンネル技術基準(換気編)・同解説, (社)日本道路協会 (1985)
- (3) A. Mizuno and T. Okubo: Is The Ventilation Control for a Longitudinal System Difficult?, *2nd International Conference on Tunnel Control and Communication*, pp. 99-110 (1997)
- (4) 西馬 功泰, 後藤 幸夫, 古澤 春樹, 福嶋 秀樹: VI多点計測に基づくトンネル換気制御の検討, 電気学会全国大会, pp. 1729-1730 (2000)
- (5) H. Ohashi, A. Mizuno, I. Nakahori and M. Ueki: A New Ventilation Method for the Kan-Etsu Road Tunnel, *4th International Symposium on Aerodynamics and Ventilation of Vehicle Tunnels*, pp. 31-47 (1982)
- (6) A. Mizuno, H. Ohashi, I. Nakahori and N. Okubo: Emergency Operation of Ventilation for the Kan-Etsu Road Tunnel, *5th International Symposium on the Aerodynamics and Ventilation of Vehicle Tunnels*, pp. 77-91 (1985)

- (7) S. Matsumoto, T. Fujita, T. Nakayuki, I. Nakahori and I. Ogawa: The Dynamic Ventilation Characteristics of the Kan-Etsu Road Tunnel, *8th International Symposium on the Aerodynamics and Ventilation of Vehicle Tunnels*, pp. 633-651 (1993)
- (8) 仲行 敏安, 中堀 一郎, 水野 明哲, 下川 明生, 植松 和弘, 小川 一郎, 福嶋 秀樹: 東京湾横断道路トンネルの換気制御シミュレーション, 日本機械学会北陸信越支部講演会, No. 937-1, pp. 273-276 (1993)
- (9) N. Nishijiri, N. Kawabata, T. Ishikawa and K. Tanaka: Modeling of Ventilation System for Vehicle Tunnels by means of Bond Graph, *IEEE IECON*, pp. 1544-1549 (2000)
- (10) 自動制御ハンドブック(基礎編), 計測自動制御学会(1983)
- (11) 後藤 幸夫, 駒谷 喜代俊, 福田 豊生: 自律型走行モデルによる道路交通シミュレータの開発, 電気学会産業応用部門誌, Vol. 116, No. 5, pp. 569-577 (1996)
- (12) A. Mizuno and T. Kanoh: On the One-Dimensional Equation of Motion For the Numerical Simulation of Transversely Ventilated Road Tunnels, *3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference* (1999)

A ノード圧力とリンク風速の関係(21)が成立するための条件

行列 $S_1 (n_L \times n)$ がフルランクの時, 行列 Ψ_{in} が逆行列を持つことを背理法を用いて証明する.

行列 S_1 がフルランクである場合に行列 $\Psi_{in} (= S_1^T M^{-1} A^2 S_1)$ の行列式が0であると仮定する. この時, 0でないある n_L 次元のベクトル a が存在して, 次式が成立する.

$$a^T S_1^T M^{-1} A^2 S_1 a = 0$$

しかし, $S_1 a \neq 0$ であることと対角行列 $M^{-1} A^2$ の成分が全て正であることから上式は矛盾.

よって, 行列 S_1 がフルランクの時, 行列 Ψ_{in} の行列式は0ではない ($\Leftrightarrow \Psi_{in}$ は逆行列を持つ).