

復習問題 (2)

問題 1 質量 m の小球を地表から初速度 v で鉛直上方に投げ上げる。以下の問いに答えよ。

- (1) 高さ h の位置に小球が届いたときの速度を、運動学的に求めよ。
- (2) 高さ h の位置に小球が届いたときの速度を、力学エネルギー保存則から求めよ。

問題 2 滑らかな水平面の上に粗い水平面を持つ台がある。この台の一方から質量 0.40 kg の小物体を初速度 3.0 m/s で滑らせ、粗い面を 80 cm 通過して再び滑らかな面に出たとき、速度は 2.0 m/s になっていた。以下の問いに答えよ。

- (3) 摩擦力のした仕事を求めよ。
- (4) 動摩擦係数を求めよ。



図 1 台の上を滑る小物体

問題 3 図 2 のように、上端を固定したばねの下端に質量 m のおもりをつけ、手で支えながら静かに釣り合いの状態まで下げていったら、 x 伸びて釣り合った。以下の問いに答えよ。

- (5) ばね定数を求めよ。
- (6) 釣り合いの状態になるまでに、重力がおもりにした仕事を求めよ。
- (7) 釣り合いの状態において、ばねの持つ弾性エネルギーを求めよ。

問題 4 抵抗係数 $C_D = 0.60$ 、投影面積 $A = 1.8 \text{ m}^2$ のレーシングカーを速度 300 km/h で走らせるのに必要なエンジン馬力を計算したい。自動車の空気抵抗の大きさは $F = C_D \cdot A \cdot \frac{1}{2} \rho v^2$ ($\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$: 空気の密度) で求められる。以下の問いに答えよ。

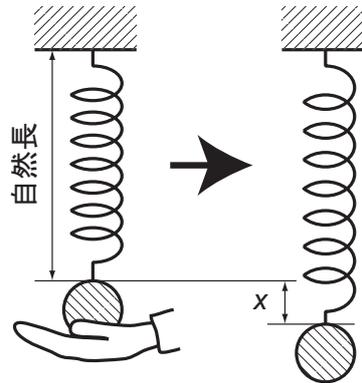


図2 ばねに吊り下げられたおもり

- (8) この車が 300 km/h で走行しているとき，車体にはたらく空気抵抗の大きさを求めよ。
- (9) この車を 300 km/h で走らせるのに必要な動力を SI 単位で求めよ。
- (10) 上記の動力を馬力で示せ。

問題 5 1740 kg の乗用車がある。自動車には $F = C_D \cdot A \cdot \frac{1}{2} \rho v^2$ ($\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$: 空気の密度) で求められる空気抵抗が働くものとし，この自動車は抵抗係数 $C_D = 0.4$ ，前方投影面積 $A = 2.0 \text{ m}^2$ とする。以下の問いに答えよ。

- (11) 5% の傾斜の坂道を 100 km/h の速度で登るには，いくらの動力が必要か。5% の傾斜とは，坂道の傾きの正接 (タンジェント) が 0.05 という意味である。
- (12) 同じ動力で平地を走った場合の速度を求めよ。
- (13) 機械効率を 70% とするとき，この自動車を上記の条件で走らせるのに必要なエンジン馬力を求めよ。

問題 6 軸受に支えられた直径 0.40 m，質量 25 kg の円柱に細くて丈夫な糸を巻き付け，その先端に 15 kg の分銅を吊り下げて手を離すと，静止状態から分銅が落下して円柱が回る。以下の問いに答えよ。ただし軸受の摩擦などによるエネルギーの損失や糸の質量は無視できるものとする。

- (14) 分銅の落下速度と円柱の回転角速度との関係を示せ。
- (15) 分銅が 2.2 m 落下したとき，分銅の速度を求めよ。

問題 7 滑らかな水平面上を右向きに速度 20 m/s で動いてきた質量 0.20 kg の台車が，先頭に取りつけられた簡易ばねを介して壁に衝突し，左向きに 16 m/s で跳ね返る。

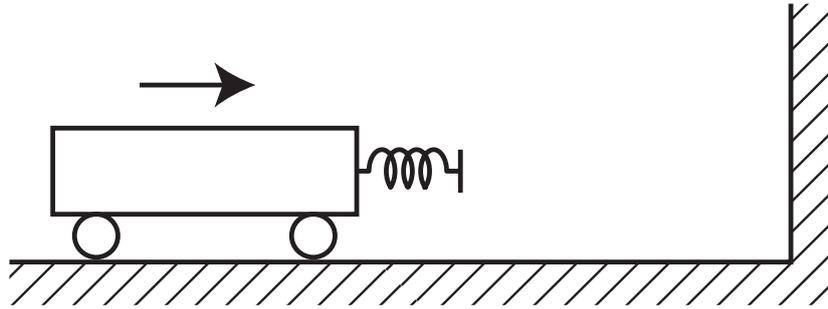


図3 壁に衝突し跳ね返る台車

簡易ばねはばね鋼ではなく針金でできているので、衝突の際に押し曲げられて元の長さに戻らないものとする。以下の問いに答えよ。

- (16) 衝突する前の台車の運動量を求めよ。
- (17) 台車が壁から受けた力積を求めよ。
- (18) ばねの針金の変形に用いられたエネルギーを求めよ。

問題 8 慣性モーメント $0.058 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ のはずみ車が 2000 rpm で回転している。5.0 秒間で回転数を 400 rpm まで落としたい。このために必要な平均トルクを求めよ。

問題 9 図 4 のように、質量 M および m の 2 つの小球がお互いに固定され、間に縮んだばねが挟まれている。ある瞬間に固定をはずすと、それぞれの小球はばねの力によってお互いに押し合い、速度 V および v で運動した。次の問いに答えよ。なお摩擦などによるエネルギーの損失は無視できるものとする。

- (19) v を V の式で表せ。
- (20) ばねが縮んでいるときに蓄えられていた弾性エネルギーを求めよ。

問題 10 質量 M の長い台車が図 5 のように側壁に接して置かれている。台車の上面と同じ高さの面を滑ってきた質量 m の小物体が速さ v_0 で台車上に乗る、台車の面上を滑ると同時に、台車も滑り出したが、しばらくして小物体は台車上で止まり、台車と一体となって動いた。台車と小物体との間には摩擦がはたらくが、それ以外の水平面の摩擦は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

- (21) 台車と小物体とが一体となったときの速さを求めよ。
- (22) 小物体が台車に乗ってから、台車と一体となるまでに摩擦によって失われた力学エネルギーを求めよ。

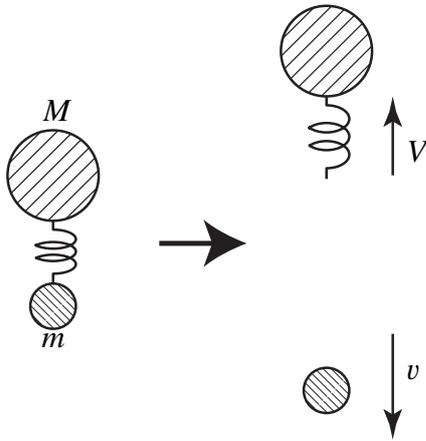


図 4 ばねでつながれた 2 つの小
球の分離

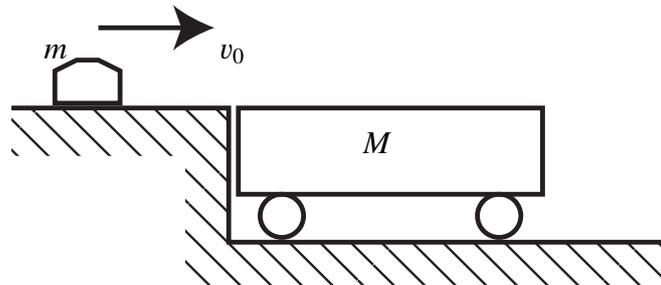


図 5 台車上进行して止まる物体

問題 11 高さ 1.0 m より球を自由落下させたところ、水平で硬い床面に衝突し、高さ 64 cm までにはね上がった。球と床面との間の反発係数を求めよ。なお空気抵抗や床の振動などは無視してよいものとする。

問題 12 一直線上を、質量 0.30 kg の球 A が速さ 2.0 m/s で進み、これと逆向きに、質量 0.60 kg の球 B が 3.0 m/s で進んできて正面衝突した。両球の間の反発係数を 0.80 とする。両球の衝突後の速度を求めよ。

問題 13 直線上を同じ向きに、速度 v で進む質量 $4m$ の球 A に、速度 $2v$ で進む質量 m の球 B が追突した。反発係数 e が以下の場合に、衝突の際に失う力学エネルギーを求めよ。

- (23) $e = 1$ の場合
- (24) $e = 0$ の場合
- (25) $e = 0.5$ の場合

問題 14 図 6 のように、質量 m の球が速さ v で飛んできて、壁と 60° の角をなす方向から衝突し、壁と 45° の方向に跳ね返された。壁は滑らかで動かないものとする。次の問いに答えよ。

- (26) 壁と球の反発係数を求めよ。
- (27) 球が壁に及ぼす力積を求めよ。

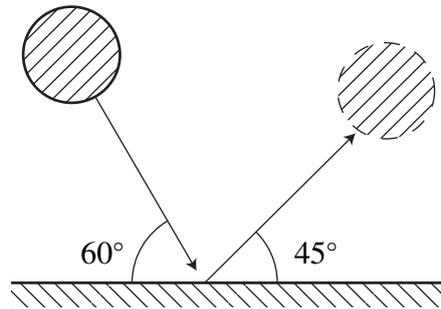


図 6 壁に衝突し跳ね返る球

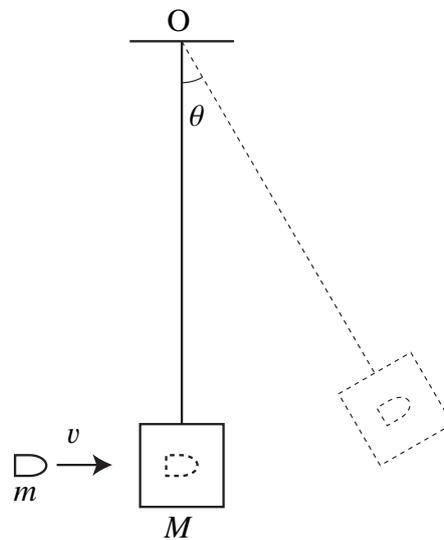


図 7 振子に打ち込んだ弾丸

問題 15 質量 M の木片を糸で静かに吊り下げている。これに、質量 m の弾丸を水平方向から重心に打ち込んだところ、弾丸は木片の中に入り一体となって糸が鉛直線と θ の角をなすまで振り上がった。木片の重心から糸の支点 (図 7 の O) までの長さを l とする。弾丸の速度を求めよ。

問題 16 400 g のおもりをばねに静かにつるしたところ、自然長より 5.0 cm 伸びで釣り合った。これを鉛直下方に少し引き下げてから、はなして振動させた。以下の問いに答えよ。

- (28) 振動の周期を求めよ。
- (29) このおもりの振動の様子をグラフに示せ。
- (30) 振動の最高速度を求めよ。

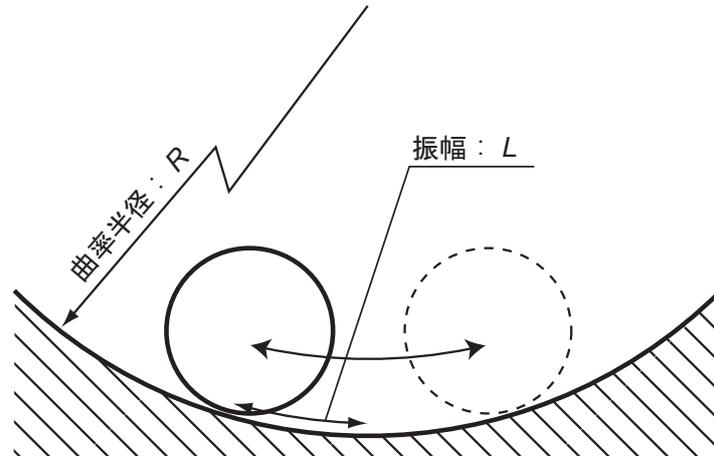


図 8 円筒内面で微小振動する球

(31) おもりを 800 g のものに変えると, その周期は何倍になるか。

問題 17 質量 M の木片を糸で静かに吊り下げている。これに, 質量 m の弾丸を水平方向から速度 v で重心に打ち込んだところ, 弾丸は木片の中に入り一体となって微小に振れはじめた。木片の重心から糸の支点 (図 7 の O) までの長さを l とする。以下の問いに答えよ。

(32) 弾丸が打ち込まれた直後の振子の速度を求めよ。

(33) 振子の周期を求めよ。

(34) 振子の振幅角度を時刻 t の関数として表せ。弾丸が打ち込まれた瞬間を $t = 0$ とする。

問題 18 曲率半径 R の円筒内面において, 図 8 のように底から円周方向に L だけずらした場所に質量 m の小球を置き, 静かに手を離れたところ, 小球は微小に振動した。円筒内面は滑らかで, L および球の直径は曲率半径 R と比べて十分に小さいものとする。次の問いに答えよ。

(35) 球の運動方程式を記せ。

(36) 球の位置を時刻 t の関数として表せ。球を離れた瞬間を $t = 0$ とする。

(37) この球の最高速度を求めよ。

問題 19 図 9 のように, 質量がそれぞれ $m, 2m$ のおもりを用いた 2 つの振り子 A, B がお互いに接するように天井から吊り下げられている。振り子の長さは 0.80 m である。

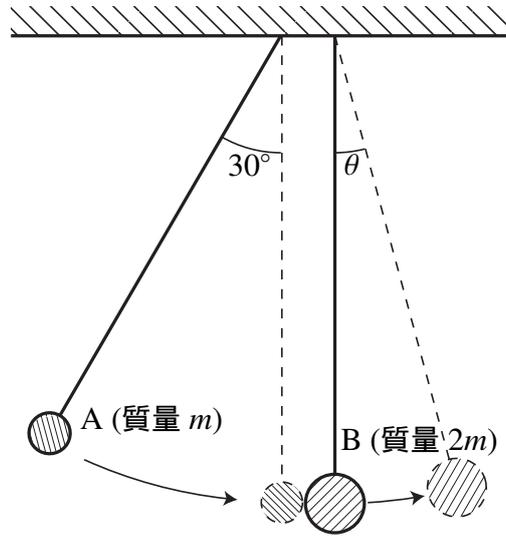


図9 衝突する2つの振り子

いま，振り子 A を鉛直方向から 30° 持ち上げて静かに手を離すと，振り子 A は振り子 B に直衝突した。以下の問いに答えよ。空気などの抵抗力は無視してよい。

- (38) 衝突する直前の，振り子 A の速度を求めよ。
- (39) 衝突直後の，振り子 A, B それぞれの速度を求めよ。なお振り子 A と B との反発係数は 0.95 とする。
- (40) 衝突後に，振り子 B が振り上がる最大の角度を求めよ。
- (41) 衝突後に振り子 A を取り去ったとするととき，振り子 B は振動する。この振動の周期を求めよ。

問題 20 ばね定数 k のばねの一端に質量 m の小球をつなぎ，水平で滑らかな床の上において他端を固定する。この小球をハンマーで叩いてばねの中心軸方向に速度 V を与えたところ，小球は単振動した。以下の問いに答えよ。(各 20 点)

- (42) この小球の運動方程式を示せ。
- (43) この振動の周期を求めよ。
- (44) この振動の振幅を求めよ。

この復習問題の解答について

この復習問題の解答は，以下の URL に置く予定です。

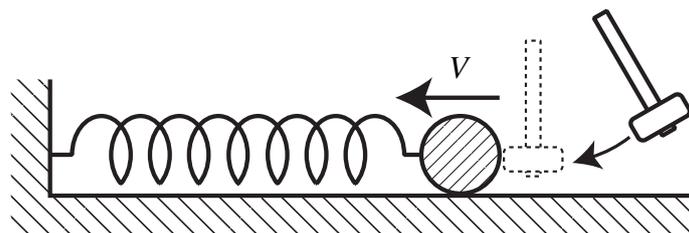


図 10 ばねにつながれた小球の水平面上振動

http://fluid.mech.kogakuin.ac.jp/~minnie/for_students/engmech.html

このウェブページには今回配布した復習問題 (2) のほか、前半のクラスで配布した復習問題 (1) の問題と解答の一部を置いています。よく復習し、試験に備えること。