

## 工業数学 B (再)・レポート課題

2015 年 8 月 21 日

以下の問題を解き，提出せよ。ベクトル解析分野の得点が不足した学生はベクトル解析の，統計分野の得点が不足した学生は統計の問題を解くこと。

提出期日 2015 年 9 月 19 日 (土)

提出先 新宿校舎 17 階レポートボックス

注意事項 レポートは A4 のレポート用紙に書くこと。学籍番号と氏名を明記すること。

## 1 ベクトル解析

問題 1 以下の文章を読み，内容が正しいものには ，間違っているものには  をつけよ。

- 物体の体積は，ベクトル量である。
- ベクトルの内積は，ベクトル量である。
- ベクトルの外積は，ベクトル量である。
- スカラー場の勾配は，ベクトル量である。
- ベクトル場の回転は，ベクトル量である。
- 位置ベクトルは，始点がどの位置でもよいベクトルである。

問題 2 ベクトル  $a, b$  について，次の問いに答えよ。

- (1)  $a \perp b$  ( $a$  と  $b$  は垂直) のとき， $a \cdot b$  はいくらか。
- (2)  $a \perp b$  ( $a$  と  $b$  は垂直) のとき， $a \times b$  の大きさはいくらか。
- (3)  $a \parallel b$  ( $a$  と  $b$  は平行) のとき， $a \cdot b$  を式で表せ。2 つの答えがあり得ることに注意し，その両方を解答せよ。

問題 3 次のベクトルの大きさ (ノルム) を求めよ。

$$(4) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

問題 4 以下の計算をせよ。

$$(6) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

問題 5 以下の計算をせよ。

(8)  $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(9)  $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

(10)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(11)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

(12)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$

(13)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

問題 6 次に示す 2 つの位置ベクトルが，互いに平行か，垂直か，どちらでもないかを判定せよ．

(14)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(15)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$

(16)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

(17)  $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

(18)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

(19)  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -9 \end{pmatrix}$

問題 7 次に示す 2 つのベクトルのなす角を求めよ．

(20)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ 2 \end{pmatrix}$

(21)  $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(22)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

(23)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

(24)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

(25)  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -9 \end{pmatrix}$

問題 8 次に示す 3 つのベクトルで作られる平行六面体の体積を求めよ．

(26)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(27)  $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

問題 9 ベクトル  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ y \\ -1 \end{pmatrix}$  について，次の問いに答えよ．

(28)  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  のなす角を求めよ．

(29)  $(3\mathbf{a} - 4\mathbf{b}) \times (7\mathbf{a} - 6\mathbf{b})$  を計算せよ．

(30)  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  を三辺とする平行六面体の体積を求めよ．( $y$  の式となる．)

(31)  $a, b, c$  が同一平面上にあるとき,  $y$  の値を求めよ.

問題 10 ベクトル  $a = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$  とするとき, 次の問いに答えよ.

(32)  $a$  および  $b$  に垂直なベクトルを求めよ.

(33) 原点を  $O$ , 位置ベクトル  $a, b$  で表される点をそれぞれ  $A, B$  とするとき, 三角形  $OAB$  の面積を求めよ.

問題 11 次に示す 2 つのベクトル  $a, b$  の内積, 外積, なす角を求めよ.

$$(34) a = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (35) a = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$(36) a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

問題 12 ベクトル  $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $c = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  について, 次の問いに答えよ.

(37)  $a, b$  のなす角を求めよ.

(38)  $(2a - 3b) \times (2a + 3b)$  を計算せよ.

(39)  $a, b, c$  が同一平面上にあるとき,  $x$  の値を求めよ.

問題 13 次の  $a(t)$  に対し,  $\frac{da}{dt}$ ,  $\frac{d^2a}{dt^2}$  を求めよ.

$$(40) a(t) = \begin{pmatrix} 5t^2 \\ t \\ -t^3 \end{pmatrix} \quad (41) a(t) = \begin{pmatrix} 3t^2 - 4 \\ t^2 + 4t \\ 8t^2 - 3t^3 \end{pmatrix}$$

$$(42) a(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ t \end{pmatrix} \quad (43) a(t) = \begin{pmatrix} 3t^2 \\ 8t\sqrt{t} \\ 12t \end{pmatrix}$$

問題 14 次の曲線  $a(t)$  の, 指定された  $t$  における単位接線ベクトルを求めよ. (接線ベクトル  $\frac{da}{dt}$  を求め, それを単位ベクトルに正規化する.)

$$(44) \mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} 3t^2 \\ 8t\sqrt{t} \\ 12t \end{pmatrix}, t = 4 \quad (45) \mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} 2t - 1 \\ \sqrt{3}(1 - t) \\ 3t + 1 \end{pmatrix}, t = 1$$

$$(46) \mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ t \end{pmatrix}, t \text{ は任意} (t \text{ のまま計算})$$

問題 15 ベクトル  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$  について, 次の問いに答えよ.

(47)  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  のなす角を求めよ.

(48)  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  が同一平面上にあるとき,  $z$  の値を求めよ.

問題 16  $x$ - $y$  平面上の曲線  $\mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} t \\ \frac{1}{2}(e^t + e^{-t}) \end{pmatrix}$  の  $-a \leq t \leq a$  の部分の弧の長さを求めよ.

問題 17 曲線  $\mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} 2t \\ t^2 \\ \log t \end{pmatrix}$  の  $1 \leq t \leq e$  の部分の弧の長さを求めよ. なお  $\log t$  は自然対数である.

問題 18 次の曲線  $\mathbf{a}(t)$  について, (A)  $t = 0$  における位置からの曲線の長さ  $s$  の関数に書き直せ. (B) 曲率を求めよ.

$$(49) \mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} -2t \\ 3t \\ 12t \end{pmatrix}$$

$$(50) \mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ t \end{pmatrix}$$

問題 19 次の曲線  $\mathbf{a}(t)$  の曲率とねじれ率を求めよ. なおパラメタ  $t$  は曲線の長さを表していないので,  $t$  ではなく曲線の長さの座標に変換し計算すること.

$$(51) \mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} 3 \cos \omega t \\ 3 \sin \omega t \\ 2 \end{pmatrix}$$

問題 20 以下に示すスカラー場  $f$  の勾配  $\text{grad } f$  を計算せよ。(log は自然対数を表す.)

$$(52) f = x - y - z$$

$$(53) f = x^2 y^2 z^3$$

$$(54) f = x^2 + y^2 + z^2$$

$$(55) f = \log(x^2 + y^2 + z^2)$$

問題 21 以下に示すベクトル場  $\mathbf{v}$  の発散  $\text{div } \mathbf{v}$  および回転  $\text{rot } \mathbf{v}$  を計算せよ.

$$(56) \mathbf{v} = \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \\ z^2 \end{pmatrix}$$

$$(57) \mathbf{v} = y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$$

$$(58) \mathbf{v} = z\mathbf{i} + y\mathbf{j} + x\mathbf{k}$$

$$(59) \mathbf{v} = \begin{pmatrix} x \sin y \\ \cos y \\ xy \end{pmatrix}$$

問題 22  $w = x^2 y^3 z$  の点  $(1, 2, -1)$  における勾配を求めよ.

問題 23 スカラー場  $xy^2 + yz$  の点  $(1, 1, 2)$  における  $2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  方向の方向微分係数を求めよ.

問題 24 スカラー場  $f(x, y, z) = x \sin y + x^2 z^3$  について以下の問いに答えよ.

$$(60) \nabla f \text{ を求めよ.}$$

$$(61) \nabla \cdot (\nabla f) \text{ を求めよ.}$$

$$(62) \text{点 } (2, 0, 1) \text{ における } \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ 方向の方向微分係数を求めよ.}$$

問題 25 曲線  $\mathbf{p}(t) = \begin{pmatrix} e^t \\ \sqrt{2}t \\ e^{-t} \end{pmatrix}$  の  $t = 0$  における点からの長さを  $t$  の式で表せ.

問題 26 以下に示すスカラー場  $f$  の勾配  $\text{grad } f$  を計算せよ. 点の座標が与えられているときは, その点での勾配を求めよ.

$$(63) f = x + y^2 - 3z$$

$$(64) f = x^2 + 2yz \quad (-1, 1, 1)$$

問題 27 以下に示すベクトル場  $v$  の発散  $\operatorname{div} v$  および回転  $\operatorname{rot} v$  を計算せよ .

$$(65) v = \begin{pmatrix} x^3 z^2 \\ xy^2 + z^2 \\ -x^2 z^3 \end{pmatrix} \qquad (66) v = ye^z i - xy^2 z j + \sin(2x - y) k$$

問題 28 平面上のベクトル場  $f = xyi - y^2 j$  に対して , 下記の経路で  $(0, 0)$  から  $(2, 1)$  までの線積分を求めよ .

(67) 直線

(68) 放物線  $y = \frac{1}{4}x^2$

(69)  $(0, 0) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (2, 1)$  の折れ線

(70)  $x = 2t^3, y = t^2 \quad (0 \leq t \leq 1)$

問題 29 曲線  $C: r(t) = \begin{pmatrix} \frac{4}{3}t^3 \\ 2t^2 \\ t \end{pmatrix} \quad (0 \leq t \leq 1)$  , ベクトル場  $A = \begin{pmatrix} 3x - z \\ y^2 \\ 2yz \end{pmatrix}$  について , 以

下の問いに答えよ .

(71) 曲線  $C$  の単位接線ベクトル  $t$  を求めよ .

(72) 曲線  $C$  の長さを求めよ .

(73) 線積分  $\int_C A \cdot dr$  を求めよ .

問題 30  $f(x, y, z) = xy - z^2$  , 曲線  $C$  を  $(1, 1, 1)$  から  $(2, 3, -1)$  に至る曲線とする . このとき線積分  $\int_C \nabla f \cdot dr$  を求めよ .

問題 31 ベクトル場  $v = \begin{pmatrix} 2xy \\ x^2 \\ -2z \end{pmatrix}$  について , 次の問いに答えよ .

(74)  $v$  がスカラーポテンシャルを持つことを示せ .

(75)  $v$  のスカラーポテンシャルを求めよ .

(76) 曲線  $C$  は点  $(1, 0, 0)$  と  $(1, 1, 1)$  とを結ぶ曲線とする . 線積分  $\int_C v \cdot dr$  を求めよ .

(77) 曲線  $C$  は  $xy$  平面上にある半径 1 の円とする . 点  $(1, 0, 0)$  を始点として , 曲線  $C$  上を 1 周する経路における線積分  $\int_C v \cdot dr$  を求めよ .

問題 32 以下に示すベクトル場  $v$  がスカラーポテンシャルを持つか否かを判定し , 持つ場

合はそのポテンシャルを求めよ .

$$(78) \mathbf{v} = \begin{pmatrix} z \\ y \\ x \end{pmatrix} \quad (79) \mathbf{v} = 2xi + zj + yk$$

$$(80) \mathbf{v} = \begin{pmatrix} z^2 + xy \\ x^2 + 2yz \\ y^2 + 2zx \end{pmatrix} \quad (81) \mathbf{v} = \begin{pmatrix} yz + 1 \\ zx + 1 \\ xy + 1 \end{pmatrix}$$

問題 33 曲線  $C: \mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}t^3 \\ t^2 \\ t \end{pmatrix}$  ( $0 \leq t \leq 1$ ) の長さを求めよ .

以上

解答上の注意レポートは A4 のレポート用紙に書くこと。学籍番号と氏名を明記すること。

## 2 統計

問題 1 以下に示すデータの中央値，最小値，最大値，平均，分散，標準偏差を求めよ．

90 94 93 92 93 91 92 92 92 96 91 87 94 91 90 92 89 94 95 100

問題 2 以下に示すデータの中央値，最小値，最大値，平均，分散，標準偏差を求めよ．

163.6 158.0 156.6 158.2 152.9 153.5 156.2 162.7 157.1 161.4  
168.7 160.4 149.3 154.4 156.0 159.6 159.8 150.1 158.3 148.0

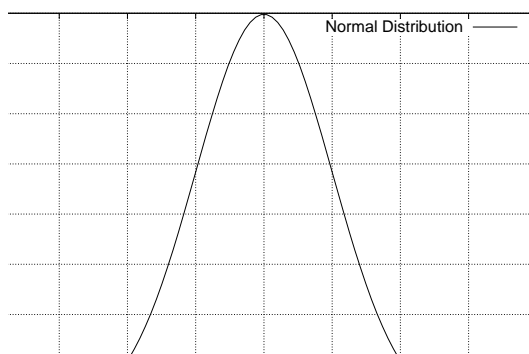
問題 3 以下に示すデータについての問いに答えよ．

63.2 63.0 67.4 64.7 62.3 85.4 56.9 70.9 84.7 64.1  
75.8 53.3 77.3 70.5 59.0 56.1 56.8 64.8 64.9 74.6  
67.1 59.9 59.4 70.5 77.3 75.7 81.6 60.6 66.3 51.6

- (1) 度数分布表を示せ．階級の幅は 3 とせよ．
- (2) ヒストグラムを示せ．
- (3) 平均値，最大値，最小値を記せ．

問題 4 以下に示すデータの中央値，最小値，最大値，平均，分散，標準偏差を求めよ．

163.1 165.2 172.3 180.7 174.9 174.5 169.5 170.4 173.2



問題 5 上の図は標準正規分布（平均 0，標準偏差 1）のグラフである．平均 4，標準偏差 1.5 の正規分布のグラフを描け．

問題 6 男子大学生 1800 人の身長を測定したところ，平均が 170.8 cm，標準偏差が 4.4 cm であった．身長のデータのばらつきが正規分布で表されるとき，次の文章の空欄を埋めよ．



身長データのばらつきが正規分布で表されるとき、平均  $\pm$  標準偏差 の範囲である身長  cm  $\sim$   cm の範囲に、全体の約  % にあたる  人 が入る。

身長の上位 2.5% の範囲は、身長  cm 以上だ。

問題 7 以下に示すデータのばらつきが正規分布になっているとすると、データの 95.44% をカバーする範囲を示せ。

(4) 平均 60 点、標準偏差 12 点の試験得点

(5) 10 歳男子の身長 (2012 年、平均 139.11 cm、標準偏差 6.07 cm)

問題 8 以下に示すデータのばらつきが正規分布になっているとすると、データの 95% をカバーする範囲を示せ。

(6) 10 歳女子の身長 (2012 年、平均 140.28 cm、標準偏差 6.94 cm)

(7) 18 歳男子の体重 (2012 年、平均 62.41 kg、標準偏差 8.25 kg)

問題 9 ある工場で製造している部品を調べたところ、正常な部品の質量は平均 6.22 g、標準偏差 0.02 g の正規分布になっていることが分かった。そこでこのデータの 95.44% をカバーする範囲を外れる質量の部品があったら、欠陥がある可能性があるとして判断して再検査することにした。以下の問いに答えよ。

(8) 再検査する質量の範囲を示せ。

(9) 以下の部品のうち、再検査すべき部品に  をつけよ。

A. 6.24 g   B. 6.21 g   C. 5.98 g   D. 6.27 g   E. 6.19 g

問題 10 あなたは友人の紹介で、19 歳の女子とはじめて会うことになった。この女子の身長を信頼区間 95% で予想せよ。なお 19 歳女子の平均身長は 158.29 cm、標準偏差は 4.95 cm である。

問題 11 ある工場で製造している部品を調べたところ、正常な部品の質量は平均 6.22 g、標準偏差 0.02 g の正規分布になっていることが分かった。以下の質量の部品は不良品か否かを、有意水準 5% で検定せよ。

(10) 6.19 g

(11) 6.29 g

問題 12 投げたときに表と裏の出る確率が等しく  $1/2$  ずつになるコインを用い、このコインを  $N$  枚投げて表の出た枚数を数えるという作業を多数回行うと、その枚数は平

均  $N/2$ ，標準偏差  $\sqrt{N}/2$  の正規分布に近づくことが分かっている．この知識を応用し，以下の問いに答えよ．

- (12) コインを 30 枚投げたとき，表の出る枚数の平均（期待値）と標準偏差を求めよ．
- (13) コインを 30 回投げたとき，表の出る回数の 95% 信頼区間を求めよ．
- (14) コインを  $N$  枚投げたとき，表が 10 枚出た．投げたコインの枚数  $N$  を 95% 信頼区間で推定せよ．
- (15) 同じコインを 100 回続けて投げたとき，裏が 63 回出た．このコインは裏が出やすいコインだと言えるか．有意水準 5% で検定せよ．
- (16) 2013 年に行われた AKB48 じゃんけん大会 2013 において，松井珠里奈さんが 7 連勝で優勝した．松井珠里奈さんはじゃんけんが強いと言えるか．有意水準 5% で検定せよ．なおこの大会では勝敗が決まるまでじゃんけんを続けるので，引き分けは考えなくてよい．
- (17) (16) と同じ大会で，準優勝の上枝恵美加さんは 6 勝 1 敗だった．上枝恵美加さんはじゃんけんが強いと言えるか．(16) と同じ条件で検定せよ．
- (18) 日本プロ野球のセ・パ交流戦は，2005 年から 2014 年まで 10 回開催され，これまでパ・リーグのチームが 8 回優勝し，セ・リーグのチームが 2 回優勝している．パ・リーグのチームはセ・リーグのチームよりも強いと言えるか？統計的に判断せよ．

問題 13 18 歳男子のハンドボール投げの記録は，平均 25.75 m，標準偏差 5.84 m である．以下の問いに答えよ．

- (19) 八王子駅前で偶然出会った 18 歳男子に，ハンドボール投げをしてもらった．この男子の記録を，信頼区間 95% で推定せよ．
- (20) 附属高校を訪問し，18 歳男子を 70 名集めてハンドボール投げをしてもらった．この男子の記録の平均値を，信頼区間 95% で推定せよ．

問題 14 以下に示すデータが母集団の平均および標準偏差を表しており，またばらつきが正規分布になっていると仮定する．指定した平均値を信頼区間 95% で推定せよ．

- (21) 10 歳男子 18 人の身長（10 歳男子の身長：平均 139.11 cm，標準偏差 6.07 cm）
- (22) 18 歳男子 147 人の体重（2012 年，平均 62.41 kg，標準偏差 8.25 kg）

問題 15 大学 1 年生全員に，4 月入学時に試験を受けさせる．過去にも同じ問題を用いた試験を続けており，これまでの得点の平均値は 49.4 点，標準偏差は 19.3 点で，正規分布していた．以下の問いに答えよ．

(23) ある新生が体調不良により試験を欠席したため，後日受験させた．この学生の得点を信頼区間 95% で推定せよ．

(24) 今年度の新生 1472 人の得点の平均値を，信頼区間 95% で推定せよ．

問題 16 投げたときに表と裏の出る確率が等しく  $1/2$  ずつになるコインを用い，このコインを  $N$  枚投げて表の出た枚数を数えるという作業を多数回行うと，その枚数は平均  $N/2$ ，標準偏差  $\sqrt{N}/2$  の正規分布に近づくことが分かっている．この知識を応用し，以下の問いに答えよ．

(25) コインを 20 枚投げたとき，表の出る枚数の 95% 信頼区間を求めよ．

(26) コインを 20 枚投げることを 20 回繰り返した．表の出る枚数の平均値を信頼区間 95% で推定せよ．

以降の問題では，母集団は正規分布しているものとする．また必要に応じて，次に示す  $t$  分布の 2.5% 点の表を用いよ．

自由度	3	4	5	6	7	8	9	10
2.5% 点	3.182	2.776	2.571	2.447	2.365	2.306	2.262	2.228

問題 17 次に示すデータは大学生女子の身長を計測したものである．以下の問いに答えよ．

169.0 165.1 157.4 155.5 159.7 169.8 (単位: cm)

(27) 標本平均および標準偏差を求めよ．

(28) 大学生女子全体 (母集団) の身長の平均値を，信頼区間 95% で推定せよ．なお母集団の標準偏差は分からないものとする．

(29) 大学生女子全体 (母集団) の身長の平均値を，信頼区間 95% で推定せよ．なお母集団の標準偏差は 5.29 cm であると分かっているものとする．

問題 18 以下に示す計測データから，母集団の平均値を信頼区間 95% で推定せよ．いずれも母分散は不明とする．

(30) 15 歳男子の 50 m 走の記録 (秒)

6.94 7.14 8.00 6.65 7.55

(31) 15 歳女子の 50 m 走の記録 (秒)

10.62 8.51 8.71 9.39 8.65 9.19 9.51 9.23 9.82

問題 19 伝熱の実験である物質の温度を測定し, 50 個のデータを得た. このデータの平均が  $152.3^{\circ}\text{C}$ , 標準偏差が  $6.2^{\circ}\text{C}$  であった. 温度は正規分布していると仮定し, 次の問いに答えよ.

(32) 標本数 50 個は十分に多く, 標本標準偏差は母標準偏差と等しいと考えてよいと仮定し, 温度の平均値を信頼区間 95% で推定せよ.

(33)  $t$  分布で自由度 49, 2.5% 点の値は 2.0096 である. これを用いて温度の平均値を信頼区間 95% で推定せよ.

問題 20 偏差値とは平均 50 点, 標準偏差 10 点になるように正規化した得点のことである. 高校 1 年生に全国で統一の試験を実施し, その得点を偏差値で表示した. 以下の問いに答えよ.

(34) 偏差値 70 以上の生徒数は, 全体の何パーセントか.

(35) 任意に選んだ生徒 25 名の偏差値の平均値を, 信頼区間 95% で推定せよ.

問題 21 以下に示す計測データから, 母集団の平均値を信頼区間 95% で推定せよ. 母分散は不明とする.

170.76 172.74 182.20 170.10 180.51 176.78

以上

解答上の注意レポートは A4 のレポート用紙に書くこと。学籍番号と氏名を明記すること。