

# 円柱剥離剪断層に発達する不安定波とその Wavelet 解析

大田黒俊夫, 飯田明由 (日立製作所機械研究所)

## Wavelet analysis of the instability wave developing in the shear layer separated from a circular cylinder

T. Otaguro and A. Iida

Mechanical Engineering Research Laboratory, Hitachi, Ltd.

### Abstract

The instability wave developing in the shear layer separated from a circular cylinder is investigated by using continuous wavelet transform with a Gabor wavelet. The instability wave is recognized as short, intermittent wave packets. Each wave packet is successfully captured by using a tuned Gabor function. Setting an appropriate threshold level for the amplitude of the wave packets gives the statistics of interval, duration, intermittency, and intensity. These results quantitatively reveal that the instability wave develops along the separated shear layer and that its activity is strongly correlated to the intensity of the mean shear.

**Key Words:** Instability wave, Shear layer, Separation, Circular cylinder, Wavelet, Gabor wavelet

### 1. 序論

一般に, 大きな剥離を伴う流れには, その剥離剪断層の中に線形不安定による不安定波が発達する. この不安定波はその下流で絶対不安定により発達する Karman 渦列のような大規模渦構造の形成に影響を持つと考えられ<sup>(1)</sup>, 剥離を伴う流れの制御に対して重要な役割を果たす可能性がある.

本論文は研究の対象を円柱の剥離剪断層に発達する不安定波とする. 層流の剥離剪断層には強い速度勾配によって変曲点型の不安定波が発生する. これに関しては Bloor<sup>(2)</sup>による先駆的な研究がその端緒を開き, 1980年代に入り Wei & Smith<sup>(3)</sup>, Unal & Rockwell<sup>(4)</sup>, Filler, Marston & Mih<sup>(5)</sup>らによって急速な進展を見た. これら一連の研究によって, 不安定波が変曲点型の不安定によって発生していることが確認され, その周波数  $f_{SL}$  が剥離剪断層の運動量厚さに反比例することから  $f_K$  を Karman 渦列周波数,  $Re$  を円柱直径を代表長さにとったレイノルズ数としたときに  $f_{SL}/f_K \propto Re^{1/2}$  なる関係式が成り立つことが示された.

この不安定波の際立った特徴の一つは発生が間欠的であるという点である. この間欠性に対してはその原因を剥離の三次元性に帰すもの, 剥離点位置の主流方向への時間的な変動によると考えるものなどがあり, 決定的なことはわかっていない. 間欠性を特徴づける最も基本的な量は間欠係数(不安定波の持続時間の合計が全時間に占める割合)であるが, 最近 Prasad & Williamson<sup>(6)</sup>はレイノルズ数に対する間欠係数の変化を示した. 彼らは間欠係数の算出を Karman 渦 25 周期分の波形について行ったと述べているが, 不安定波の存在割合をどのように計算

したのか明らかではない. 実際に熱線風速計の波形を見ると, 不安定波の始まりと終わりの判定は容易ではない.

本論文は, この間欠的に発生する不安定波の時間軸上の特徴, すなわち, 発生頻度, 持続時間, 強度などの統計量を出来る限り客観的な基準で解析することを目的とする.

従来, このような間欠的な現象に対して客観的な統計量を求めるためのツールは少なかった. 本研究で取り上げる Wavelet 解析<sup>(7)(8)(9)(10)(11)</sup>は, 信号を時間-周波数平面に展開して局所相似(周波数)解析を行うための新しい数学的ツールで, 信号処理における時間と周波数の不確定性関係<sup>(12)</sup>に整合しつつ, 信号の持つ情報を全て取り出すことができる. 本論文では連続 Wavelet 変換を用いて不安定波を速度変動波形から抽出し, その統計量を客観的に解析することを試みる.

### 2. 実験の装置および方法

円柱後流の測定には, 断面が 500 mm x 500 mm の正方形で長さが 2,000 mm の測定部を持つ小型風洞で行われた. 測定に用いられた一様流風速  $U_e$  は 5.0 m/s であり, 風速の非一様性の rms 値は 0.2% 以下, 乱れ強さの rms 値は 0.5% 以下である. 風洞と一体となった三次元トラバース装置が測定部外に置かれている. 各軸は独立したステップモータにより駆動され, 1/100 mm 以下の確度でフィードバック制御されている.

測定部入り口から 250 mm 下流の測定部断面の中心を座標軸の原点にとり, 主流方向を x 軸, 断面内水平方向を y 軸, 垂直方向を z 軸と定義した. 実測

直径  $d$  が 6.02 mm のステンレス製パイプを  $y$  軸に一致させて取り付け、測定対象の円柱とした。この円柱のスパン方向が  $y$  軸、クロスフロー方向が  $z$  軸となることに注意されたい。円柱の両端近くに直径  $4d$  の円盤状の端板を取り付けた。これらの数値から計算される円柱のアスペクト比は 73 となり、一様流速度と円柱直径から計算されるレイノルズ数は約 2,000 である。このレイノルズ数領域では、大規模渦の形成距離、円柱の背圧、ストローハル数などがレイノルズ数に依らずほぼ一定であることがわかっている<sup>(3)(4)(5)</sup>。

速度波形の測定には、プローブ軸を  $x$  軸方向に向けた単線の I 型熱線プローブを定温度型の熱線アンプとともに用いた。熱線アンプのアナログ出力は、これをカットオフ周波数 2 kHz のローパスフィルタに通した後に、12-bit の A-D 変換器を用いて 10 kHz でサンプルした。各測定点でのサンプル数は 204,800 個 (20.48 秒) であり、統計量をとるのに必要十分な長さである。熱線プローブのトラバースは  $x$  方向に  $0.75 \leq x/d \leq 2.00$  の範囲の 6 位置、 $z$  方向に  $0.4 < z/d < 0.8$  の 17 位置、合計 102 点の非一様の矩形メッシュによって行った。

### 3. Wavelet解析

Wavelet 解析の基本的なツールには連続 Wavelet 変換<sup>(8)(10)</sup>と直交 Wavelet 変換<sup>(8)(9)</sup>とがある。前者は後者に対して、1 次従属の過剰な系による展開であるために展開係数が互いに独立ではないという欠点を持つが、解析したい時間や周波数の位置を連続的に選ぶことができるという利点がある。本研究では間欠的な現象の時間軸情報を得るために連続 Wavelet 変換を用いることとした。変換係数 (複素数) は、スケールを決めるパラメータ  $a$  と、時間軸上の位置を決めるパラメータ  $b$  とを使って  $T(a, b)$  と書くことにする。詳細については上記文献を参照されたい。

本研究では Wavelet 関数としては次式(1)に示す Gabor 関数を用いた。

$$y(t) = \frac{1}{p^{1/4}} \left( \frac{w_0}{s} \right)^{1/2} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{w_0}{s} \right)^2 t^2 + j w_0 t \right]. \quad (1)$$

ここで  $j$  は虚数単位、 $w_0$  は減衰の速さを決める正のパラメータである。である。この関数の最大の特徴は明確に定義された中心周波数  $w_0$  を持っていることであり、これが本来は「局所相似解析」である Wavelet 変換を「局所周波数解析」に応用できる仕掛けとなっている。またこの関数は時間、周波数の両領域で Gaussian 型をしているため、両領域での局所性の考察が容易であること、時間 - 周波数の不確定性が最小であるという利点<sup>(9)(11)</sup>も持っている。この関数は時間領域では  $t=0$  の近傍で有限な値を持ち、振動しながら遠方で急速に減衰する波形をしているが、減衰を決めるパラメータ  $w_0$  の選び方には自由度がある。すなわち、 $w_0$  を小とすれば減衰は速く、

時間分解能は高いが周波数分解能は低くなる。逆に  $w_0$  を大とすれば減衰は遅く、時間分解能は低いが周波数分解能は高くなる。このように時間と周波数の分解能のトレードオフ点をスケールパラメータ  $a$  とは独立に調整することが出来ることも、Gabor Wavelet の利点の一つである<sup>(14)</sup>。

### 4. 実験結果および考察

平均速度や乱れ強さの分布については中レイノルズ数の bluff body の後流に典型的なものであり、その説明は省略する。剥離剪断層外縁で層流域の速度変動スペクトルの典型例を図 1 に示す。カルマン渦列の周波数  $f_K$  約 170 Hz とその 2 倍の高調波  $2f_K$ 、そしてそれらよりも高周波で広帯域のピーク  $f_{SL}$  がはっきりと認められる。この  $f_{SL}$  成分の周波数は約 800 Hz 程度であるが、広帯域のピークを持つことが大変特徴的である。これは変動周波数が時間的に変調されているか、変動が間欠的に発生していることを示唆している。

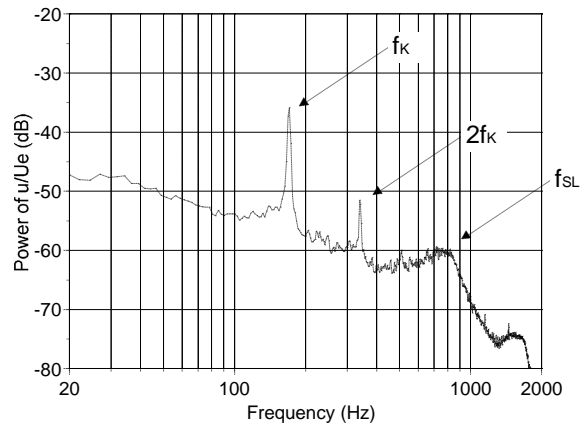


Fig.1 Power spectrum of velocity fluctuation at  $(x/d, z/d) = (1.000, 0.731)$

実際に長時間の時間波形を丹念に調べると、Karman 渦による緩やかな速度変動に混じって、間欠的に強い高周波の速度変動が発生していることがわかる<sup>(14)</sup>。この変動はランダムに発生し、持続時間は Karman 渦周期の 1, 2 倍と短く、しかし振幅はかなり強く peak-to-peak で  $U_e$  の 30-50% にも達するという特徴を持っている。今後、個々の高周波変動を wave packet と呼ぶことにする。

典型的な wave packet を拡大したものを図 2 に、またその波形を Gabor Wavelet により連続 Wavelet 変換し、得られた変換係数  $T(a, b)$  の実部で正の部分の等高線を図 3 に示す。これらの図には Karman 渦による周期的な速度変動成分も現れていることに注意されたい。図 2 の時間波形と図 3 の局所周波数解析の結果を詳細に観察すると、一つの wave packet の中では変動の周波数はほぼ一定であり約 800 Hz 程度であることがわかる。他の wave packet について調べても同様であり、これから図 1 に見られた広帯域のピークは間欠的に発生する高周波の wave packet によるものであることがわかる。詳細は示さ

ないが、剥離直後の剪断層の計測を行ってその運動量厚さを求め、Michalke<sup>(13)</sup>に従い線形安定性理論から最大増幅率を持つ周波数を計算すると、約 900 Hz という値が得られる。これは観察される周波数 800 Hz に非常に近い。さらに  $f_{SL}$  と  $f_K$  との比をとり  $Re^{1/2}$  と比較すると、Filler, Marston & Mih<sup>(5)</sup>が示した関係式  $f_{SL} / f_K = 0.095 Re^{1/2}$  がほぼ成り立っており、高周波の wave packet は剥離剪断層に発生する変曲点型の不安定波であると結論づけられる。

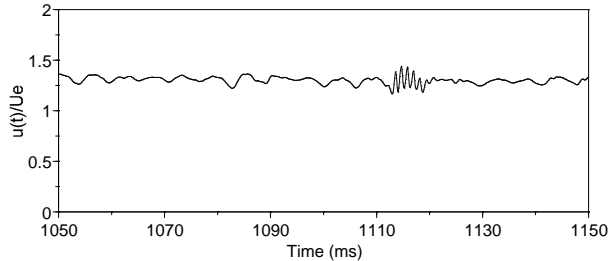


Fig.2 Single wave packet at  $(x/d, z/d) = (1.000, 0.731)$

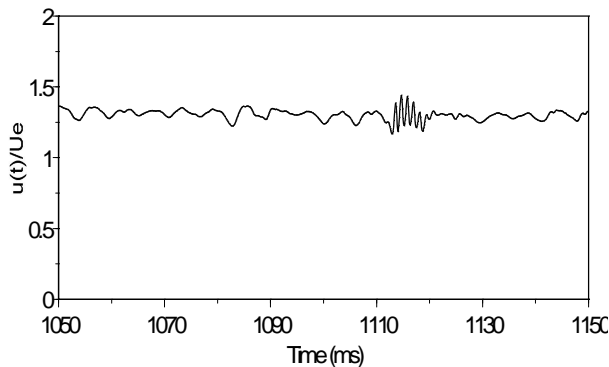


Fig.3 Wavelet coefficient (positive real part)

さて、次にこの wave packet の統計的性質を調べることにする。間欠的にしか発生しない現象の統計をとるために、Wavelet 変換係数の絶対値  $|T(a, b)|$  を利用する。まず変換係数のなかで wave packet の周波数を検出するようにスケールパラメータ  $a$  を一つ選び、それを  $a_m$  として  $|T(a_m, b)|$  を  $b$  に対してプロットしたものを図 4 に示す。

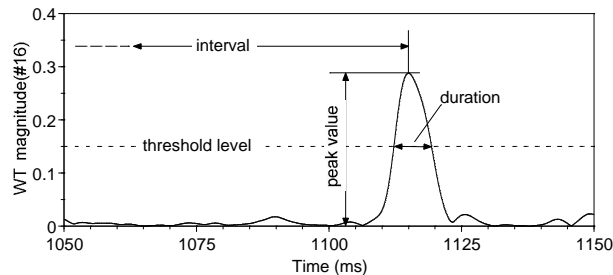


Fig.4 Temporal variation of wavelet coefficient

これは  $|T(a, b)|$  の等高線を周波数が 800 Hz に等しい平面で切った断面形に相当する。これを見ると wave packet が存在する時刻では変換係数の絶対値が有限の値を持ち、Wavelet 変換に本質的な周波数と時刻の不確かさ<sup>(14)</sup>を除いては wave packet の振幅

変化を表していると考えてよい。ところでこの wave packet は間欠的に発生し、その強さや持続時間、発生間隔もまちまちである。そこで図 4 に示すようにある閾値を設けて、 $|T(a_m, b)|$  が閾値を越えた場合にのみ、そこに wave packet が存在するとしてそのピーク値、持続時間、発生間隔などの統計量を計算することにする。

ここで閾値の設定は重要である。閾値が大きすぎると強い wave packet のみから成る母集団の統計を取ることになり、統計的に偏った結果が得られる。また閾値が小さすぎると、単独の wave packet として認識できない高周波の乱れ成分を統計計算に加えてしまう恐れがある。いくつかの代表的な測定点で閾値を変化させたときの wave packet の検出数を調べると、いずれの位置においても検出数は閾値に対して右下がりの直線であり、その勾配はほぼ一定であることがわかった<sup>(14)</sup>。これは wave packet に代表的な振幅が存在しないことを示している。従って閾値の選び方には自由度があると言ってよい。本論文では閾値を 0.15 と比較的大きな値に取ることとした。その理由は、目視によって高周波の乱れと明確に区別できる程度の振幅の wave packet を対象にして統計量の空間分布を議論したいためである。実際には閾値を変化させて目視との比較を行いつつ予備検討を行った結果この値に決定した。以後この閾値を用いて統計処理を行った結果を示す。

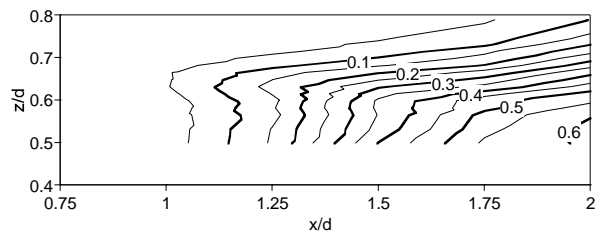


Fig.5 Normalized frequency of occurrence

図 5 は wave packet の発生頻度（または発生間隔の逆数）の平均値を Karman 渦の発生周波数  $f_K$  で無次元化したものである。速度分布の測定結果と比較することにより高剪断層に沿って不安定波が発達していること、その発生頻度は Karman 渦発生周波数に対して数分の一のオーダーであり、流れ方向に増加していくことがわかる。図 6 は剥離剪断層の外縁に近く発生頻度が比較的低い評価点  $(x/d, z/d) = (1.251, 0.698)$  について発生間隔の頻度分布を調べたものである。定量的な分布形が得られており、発生間隔は大部分 Karman 渦周期の 25 倍以内に分布していること、発生間隔が短いものほど数が多いことがわかる。

図 7 には wave packet の平均持続時間を Karman 渦周期で無次元化したものの分布を示す。等高線が滑らかでないため見にくいだが、ほぼ剪断層に沿う形で持続時間が長くなっていること、またその持続時間は Karman 渦一周期の 1/2 のオーダーであることが

わかる。持続時間のヒストグラムも得られているが、これは省略する<sup>(14)</sup>。

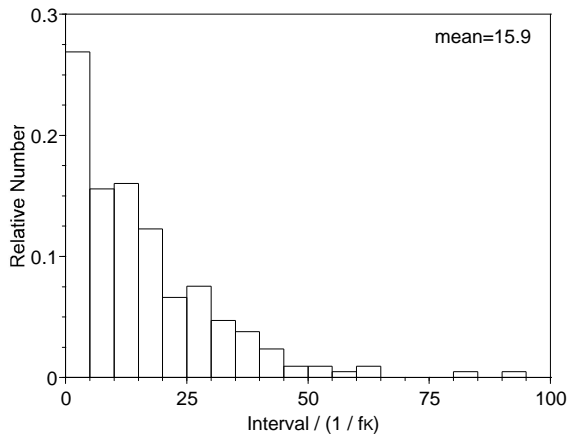


Fig.6 Histogram of interval at  $(x/d, z/d)=(1.251, 0.698)$

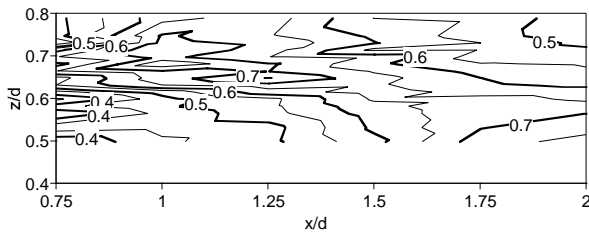


Fig.7 Duration of wave packet

平均発生頻度と平均持続時間が分かれば、各点でそれらの積をとることによって間欠係数(全時間中に wave packet が占める割合)を求めることができる。その結果を図8に示す。この図は不安定波が剥離剪断層に沿う形で下流方向に発達していることを大変明瞭に示している。また間欠係数の絶対値が0.1-0.3のオーダーであることもわかる。

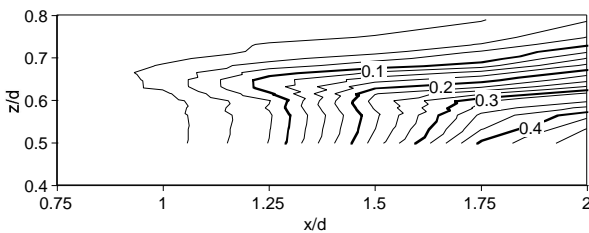


Fig.8 Intermittency factor

本論文の方法は基本的には局所周波数解析であり  $f_{SL}$  の周波数帯域の変動強度の時間変化のパターンを追跡しているに過ぎない。本質的に剪断層の wave packet と広帯域の高周波成分とを区別できるわけではない。そのために本論文の解析は、まず時間波形を観察し、層流の剪断層の中に間欠的に強い不安定波が発生している領域に限って行った。除外した領域、例えば剪断層の内縁近傍では、鋭いスパイク状の波形が頻出しそれが広帯域の高周波の変動成分を発生させる。また例えば下流の後流軸近傍では、後流が乱流遷移して広帯域の乱れが発生しており、乱れた波形の中に不安定波を認識することは極めて困難である。このような状況下では、上流で

発生した不安定波が周囲の強い乱れの中でその個性を保っているかどうかの判別はほとんど不可能と言ってよい。上記の疑問に答えるにはさらに高度な波形パターンの識別方法を開発する必要がある。

## 5. 結論

円柱後流の大規模渦構造に先立ってより上流の剥離剪断層に発達する不安定波を連続 Wavelet 変換によって抽出し、その統計的性質を明らかにすることを試み、以下の結論を得た。

- (1) 不安定波の発生間隔, 持続時間, 振幅のピーク値などの空間分布と頻度分布を求めた。
- (2) 不安定波は剥離剪断層の平均速度勾配と強い相関を持って発達していることが示された。

## 参考文献

- (1) Chyu, C. K. & Rockwell, D., J. Fluid Mech., 322 (1996), 21-49.
- (2) Bloor, M. S., J. Fluid Mech., 19 (1964), 290-304.
- (3) Wei, T. & Smith, C. R., J. Fluid Mech., 169 (1986), 513-533.
- (4) Unal, M. F. & Rockwell, D., J. Fluid Mech., 190 (1988), 491-512.
- (5) Filler, J. R., Marston, P. L. & Mih, W. C., J. Fluid Mech., 231 (1991), 481-499.
- (6) Prasad, A. & Williamson, H. K., J. Fluid Mech., 333 (1997), 375-402.
- (7) 山口昌也, 他, 数理科学, 354 (1992)
- (8) 榊原進, ウェーブレットビギナーズガイド, 東京電機大学出版局, (1995).
- (9) Daubechies, I., Ten lectures on wavelets, SIAM, Philadelphia, (1992).
- (10) 佐藤雅昭, 日本音響学会誌, 47 (1991), 405-415.
- (11) 佐藤雅昭, 日本音響学会誌, 47 (1991), 416-423
- (12) Papoulis, A., The Fourier integral and its applications, McGraw-Hill, New York, (1962).
- (13) Michalke, A., J. Fluid Mech., 23 (1965), 521-544.
- (14) 大田黒俊夫, 他, 日本機械学会論文集 B 編, 出版予定(1998).