

流体計測特論

機械工学科 飯田 明由

要 約

工学における流体力学的な問題はほとんどの場合、乱流であることが多い。乱流の特徴は、その3次元性とランダム性にあり、測定されたデータは一見すると捉えどころがなく、データから物理的な現象を明らかにすることが難しい。特にNS方程式の強い非線型性により得られたデータを決定論的に論ずることが困難なことが多く、乱流の解析では統計的な手法を用いることが多い。本講義ではデータ処理手法を概観し、さらに、単なるデータ処理技術だけでは解決できない、物理的解釈についての注意点を述べる。

1. 非定常現象の認識と計測

定常現象に慣れた目には、非定常現象は認識すること自体が最初の障害となる。非定常現象を記録し、認識できる形にデータを処理する必要性、定常現象のアナロジーを使った記述法、非定常現象特有の注意点、陥り易い過ち、などについて概略を述べる。

2. データ処理手法

測定で得られたデータは、そのままでは現象を認識するのに不都合なことが多い。そのために様々なデータ処理手法が開発されてきた。乱流データの計測でよく使われる代表的な手法を、熱線風速計の測定データを対象にして紹介する。

2.1 統計的平均化手法

2.2 スペクトル解析

2.3 フィルタリング

2.4 位相平均法

2.5 条件付き抽出・平均法

3. データの解釈について

乱流データには、人間が認識するには余りにも多量、複雑、冗長な情報が含まれていることが多い。その中から物理的に本質的な情報のみを取り出すためには、ある種の関数空間でのフィルタリングが必要になる。そのための種々の数学的手法について紹介する。数学的操作の後で必要になる物理的解釈や認識の問題にも触れる。また、計測だけではカバーできない領域での、数値計算との相補的研究手法についても言及する。

3.1 乱流データの縮約手法について

3.2 乱流場の直交分解について

3.3 数値解析との相補的研究について

1. 非定常現象の認識と計測

- 時間とともに変動する流れを「非定常流」と呼ぶ。

層流」は「定常流」であるが、「非定常流」即「乱流」ではない。規則的な時間変動をする「非定常流」がある。

- 低 Re 数流れを除けば、工学上重要な流れはほとんどが非定常流である。

層流伝熱など若干の例外はある。

- 非定常流が原因で、変動する流体力が構造物に強い力を及ぼすことがある

橋梁や超高層建築物などの構造物の渦励振、Flutter, Galloping, etc.

- 非定常流が原因で、熱伝達や物質拡散が桁違いに促進されることがある。

- 非定常流は、定常流の基本的な性質に加えて、非定常流特有の性質を持っている。

- 非定常流は定常流からの類推を使うと理解しやすいが、非定常流特有の性質には十分注意しなければならない。複雑な非定常流（乱流）は直感的な理解が大変難しい。

例 1) 層流境界層と乱流境界層

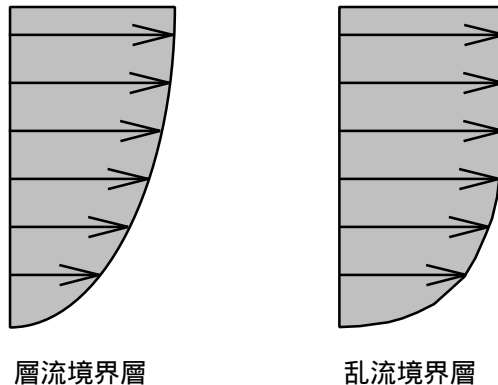


図 1.1 平均速度分布で見る層流境界層と乱流境界層

平均速度分布を見る限りは、乱流境界層の方が壁面近くの剪断が強いだけで、たいした違いは無いように感じるが、実際には、層流境界層の静的な世界に比べて、乱流境界層には時々刻々と様々な秩序構造が現れては、相互作用をして消えていく、実に多様で複雑な世界がある。

そのために層流境界層と乱流境界層とでは摩擦抵抗係数や熱伝達係数に大きな差があるが、その違いを平均速度分布だけから知るのは大変難しい。このように、非定常性は我々の想像を越えた違いを生むことがある。

例2)円柱後流の渦列構造と平均速度分布

下図 1.2 は実験的に求めた Reynolds 数約 2,000 の円柱後流の平均速度の等速度線である。後流中心軸に対して対称な分布があることがわかる。一方,図 1.3 は,同じく Reynolds 数約 2,000 の円柱後流のアルミニウム粉末による可視化写真である。平均速度分布からは知ることのできない非定常の渦放出があることがわかる。このように,非定常流の Dynamics を平均場だけから理解するのは,大変困難である。

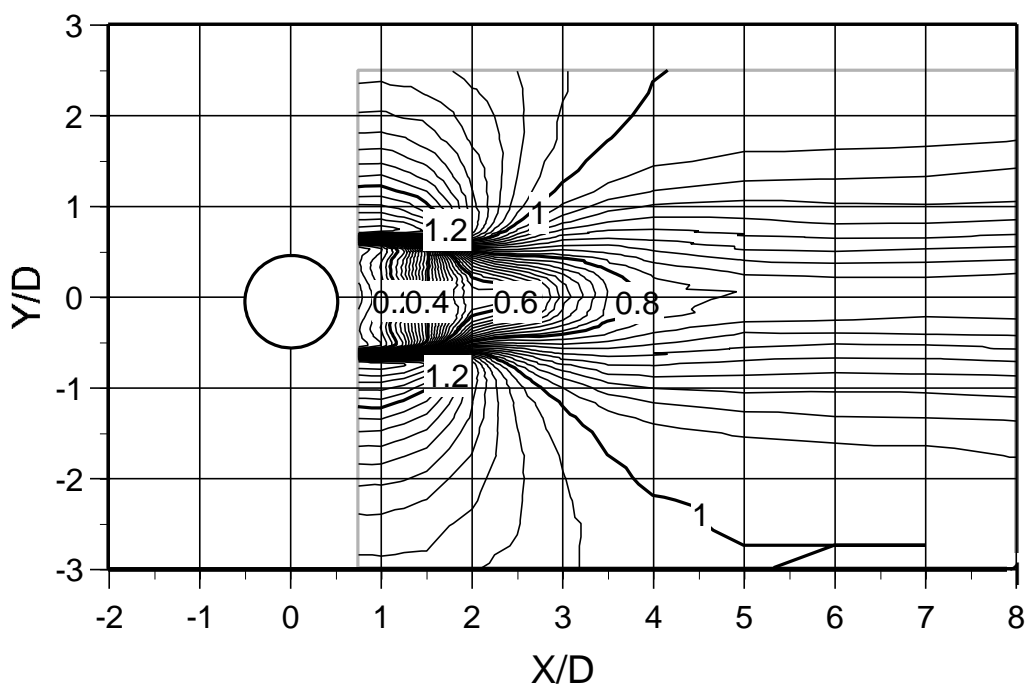


図 1.2 Reynolds 数約 2,000 の円柱後流の平均速度の等速度線の例

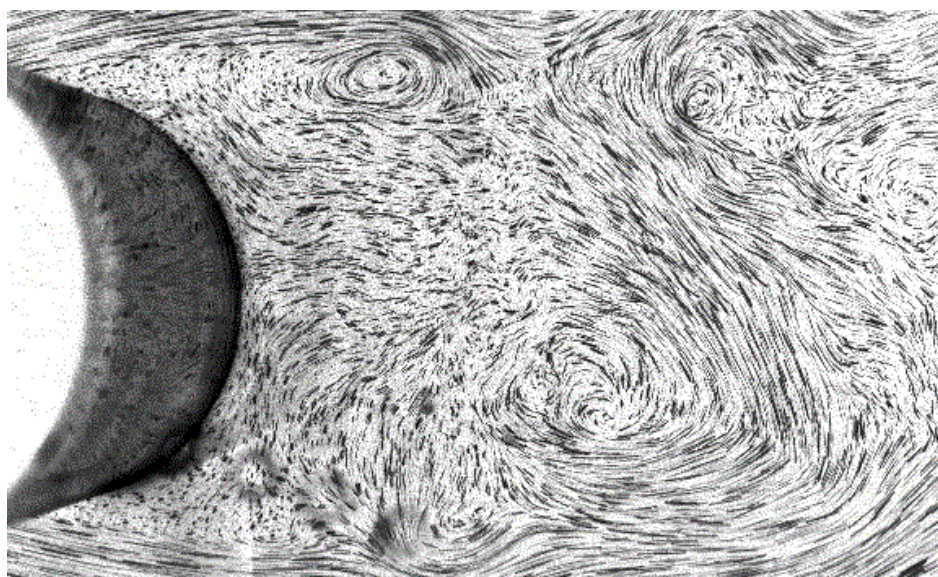


図 1.3 Reynolds 数約 2,000 の円柱後流の可視化写真

- Reynolds Stress は,非定常流を時間平均場(定常流)からの類推で理解しようとする場合に現れるみかけの力である.

連続の式とNavier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1.2)$$

に対して,全体の時間平均をとる.そのとき,各物理量を時間平均した部分と,時間平均からの差の部分とに分けて書くことにする.例えば,速度 u_i に対しては $\bar{u}_i + u'_i$ と書く.すると,連続の式と Navier-Stokes 方程式はそれぞれ,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}'_i u'_j}{\partial x_j} \quad (1.4)$$

となる.第2の式を,「時間平均 Reynolds 方程式」と呼ぶ.連続の式は時間平均をとる前の形をそのまま保存しているが,Navier-Stokes 方程式の方には付加的な項

$$-\frac{\partial \bar{u}'_i u'_j}{\partial x_j} \quad (1.5)$$

が加わる.この項は,時間平均された Navier-Stokes 方程式には,付加的な応力 $-\overline{ru'_i u'_j}$ が現れることを意味している.この付加的な応力を Reynolds Stress と呼ぶ.Reynolds Stress を何等かの方法で知ることが出来れば,それを時間平均 Reynolds 方程式に代入して解くことにより,時間平均の流れ場を知ることが出来る.

- Reynolds Stress に限らず,変動する場を平均場からの類推で理解するためには,みかけの場を導入する必要がある.
- 非定常流を理解する基本は,物理量の変動波形そのものである.生の変動波形には測定で得られたすべての情報が含まれている.

測定中は,常にオシロスコープで波形をモニターする習慣をつけよう.計装上の誤り,ノイズの混入などは,波形をモニターしていれば大部分は回避できる.

また,波形を丹念に眺めていると,統計的処理では見つけることが難しい現象を発見できることもある.

- 変動波形,各種統計量,変動量のスペクトルなどを総合的に判断しなければ変動場に対する正しい理解をすることは出来ない.統計量のみ,スペクトルのみの判断は過ちに陥ることがある.

2. データ処理手法

2.1 統計的平均法

- 古典的な平均法で1次と2次のモーメントを求める.

$$\bar{u}_i = \frac{1}{T} \int_0^T u_i(t) dt \quad (2.1)$$

$$\overline{u'^2} = \frac{1}{T} \int_0^T (u_i(t) - \bar{u}_i)^2 dt \quad (2.2)$$

$$\overline{u_i' u_j'} = \frac{1}{T} \int_0^T u_i'(t) u_j'(t) dt \quad (2.3)$$

- 1次のモーメント(2.1)は長時間平均, 2次のモーメント(2.2)は分散, すなわち変動の強さの2乗を表す. この二つの量の空間分布を調べることが, 非定常流の定量的な理解の第一歩となる.

2.2 スペクトル解析

- 変動のパワースペクトルを調べる.

各速度成分の Fourier 変換 (後述の32節を参照) を

$$S_i(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T u_i e^{-j\omega t} dt, \quad (i=1,2,3) \quad (2.4)$$

とくと, 各速度変動ごとのパワースペクトルは

$$\frac{1}{2} |S_i(\omega)|^2, \quad (i=1,2,3) \quad (2.3)$$

と書くことができる. 実はこのパワースペクトルは各速度変動の自己相関関数の Fourier 変換になっている. より一般的には, 速度の3成分相互の相関関数は「速度相関テンソル」 $R_{ij}(t)$ を成し, その Fourier 変換を「スペクトルテンソル」 $S_{ij}(\omega)$ と呼ぶ. 各速度成分のパワースペクトルは, このスペクトルテンソルのそれぞれの対角項に相当する. 非対角成分はクロススペクトルなど呼ばれ, 相互相関関数の Fourier 変換であることがわかる. 詳しくは乱流理論の教科書を参照のこと.

対角項の合計は, 総パワースペクトルであり,

$$E(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 |S_i(\omega)|^2, \quad (i=1,2,3)$$

と書くことができる. 実際の測定では, 速度の3成分を同時に測定することはまれで, 各速度成分ごとにパワースペクトルを求めることがほとんどである.

もちろん, 速度以外の信号に対してもパワースペクトルを求めることは十分意味がある. 特に, 圧力変動や渦度のパワースペクトルがわかると, 非定常流の性質をより正確に知ることができる.

Fourier 変換を求めるには, 以前はアナログ信号に対して直接, 狭帯域の Tracking Filter を用いたが, 今日では A/D 変換器で Digitize した後に, 計算機内で FFT (Fast Fourier Transform) によ

って求めることがほとんどである。ハードウェアでリアルタイムにパワースペクトルの FFT 演算を行い表示してくれるスペクトルアナライザも、実験の現場では大変役に立つ。FFT のアルゴリズムに関しては、信号処理の教科書に詳しい例が出ているので、参照すること。FFT 処理の前には、適当な Window 関数を時系列データに掛けるのが普通で、乱流データのような連続スペクトルを持つ定常ランダム系列に対しては、Hanning Window が最もよく使われる。

2.3 フィルタリング

- 自分が調べたい信号が、ある特定の周波数帯域にある場合には、フィルターで他の信号を取り除くことができる。信号の前処理としてよく使われる。
- Low-Pass, High-Pass, Band-Pass, Notch, など、どの周波数帯域を通過させるのか取り除くのかによってフィルターの種類が別れる。また、Cut-off 周波数前後の遮断特性の鋭さ、振幅や位相の特性などにより、様々な種類のフィルターが使い分けられる。

Cut-off 周波数付近での波形の歪みを嫌う場合には、直線位相特性を持つフィルターを使う必要がある。Bessel フィルターが代表的なものである。波形の歪み(位相特性)をあまり問題にしなければ、遮断特性が鋭く通過帯域中のリップルも小さいフィルターを選ぶことになる。

- A/D 変換器の前段には必ず Anti-Aliasing Filter と呼ばれる一種の直線位相型 Low-pass フィルターを置かなければならない。
- アナログ信号を扱う電氣的なフィルターが長い間一般的だったが、信号を A/D 変換器で Digitize することも多くなり、フィルタリングをコンピュータで行うデジタル・フィルターもこれからは普及していくだろう。

デジタル・フィルターには大きく分けて、FIR(Finite Impulse Response) と IIR(Infinite Impulse Response) の2種類がある。前者はアルゴリズムが単純で簡単な実装ができるため、1-chip DSP などにも組み込まれることが多い。ただし、アナログフィルターとはかなり異なる特性を持つ。後者はアナログ回路のフィルターに近い特性を持ち、比較的少ない演算量で必要なフィルター特性を出すことができる。

非線形フィルターと呼ばれるデジタル・フィルターの中には、ある特定の波形パターンを取り出すのに適したものなどがある。

2.4 位相平均法

- 周期的な成分を含むが、それ以外のランダムな成分も含むような信号は、信号の周期性を利用して、S/N 比を改善することができる。

原信号を $x(t)$ 、これに含まれている周期成分の周期を T とすると、位相平均法は

$$x(t^*) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(t^* + iT), \quad 0 < t^* < T \quad (2.4)$$

を求めることに他ならない。周期 T とその高調波の成分は位相を揃えて重ね合わされるために強化され、それ以外の成分はランダムな位相同士が重ね合わせられるために減衰する。これは一種の非常に狭帯域の Band-pass Filter と言える。位相平均の良い所は、周期成分の一周期の中とはいえ、流れの動的な特性を調べることが可能なことで、時間平均に比べるとはるかに豊かな情報をもたらしてくれる。

例えば、比較的 Reynolds 数の低い Bluff Body の後流があったとしよう。熱線で測った信号には比較的安定した周期成分に乗ってランダムな成分も含まれているだろう。このとき、後流の周期的な振る舞いを知りたいとすると、位相平均法は有力な手段になる。

また、流れを何らかの外部からの刺激によって周期的に励振しているとする、この外部刺激を基準信号にして位相平均をすることができる。外部音波によって励起された後流や噴流などの研究では、ごく一般的に使用される手法である。

2.5 条件付き抽出 平均法

- 位相平均をさらに一般化したもので、流れ場がある条件を満たした時刻の前後、ある期間の信号を毎回取り込み、位相平均と同様にアンサンブル平均を取ったものである。

周期性がはっきりしている位相平均の場合と異なり、データを取り込むべきイベントがいつ発生するかわからないので、イベント検出の手段と、データ取り込みの手段の2つの測定システムを持たなければならない。

検出された各イベントも、位相が揺らいでいたり、強い乱れによって本来の信号が覆い隠されていたり、全く別の現象がたまたま捕らえられただけだったりする可能性があるため、統計的信頼性をあげるために色々な工夫をしなければならない。

それでも、適切な処理を行えば、十分に発達した乱流の中の秩序構造の平均像を、かなりの統計的信頼性で捕らえることができる。70年代から80年代にかけての乱流研究の中心的技法として、大いに活躍した実績がある。

- 熱線風速計を例にとると、条件検出用のプローブと流れ場計測用のプローブの2群のプローブを使うシステムになる。

図 2.1 は、高い Reynolds 数の円柱後流の乱れた大規模渦構造を調べるためのプローブの配置例である。まず、上流側に渦検出用のプローブを置く。このプローブはあまり乱れが強くない所で渦の通過時刻を知るためのもので、熱線の出力波形を Band-pass Filter に通して、その信号の Zero-Crossing を見てやるだけで、かなり正確に渦が通過する位相条件を決めることができる。

下流に配置してあるのは8チャンネルのX型プローブで、これで流れと直角方向に広がりを持つ渦構造が作る速度変動の2成分を計測することができる。上流の渦検出プローブが渦通過の情報を与え、それをトリガーにしてXプローブアレイがトリガー前後のある期間の信号を全て取り込む。これを数百回程度くり返し、更に統計的信頼性を上げるための分散低減処理を施してアンサンブル平均をとると、統計的平均としての渦の空間構造を見ることができる。

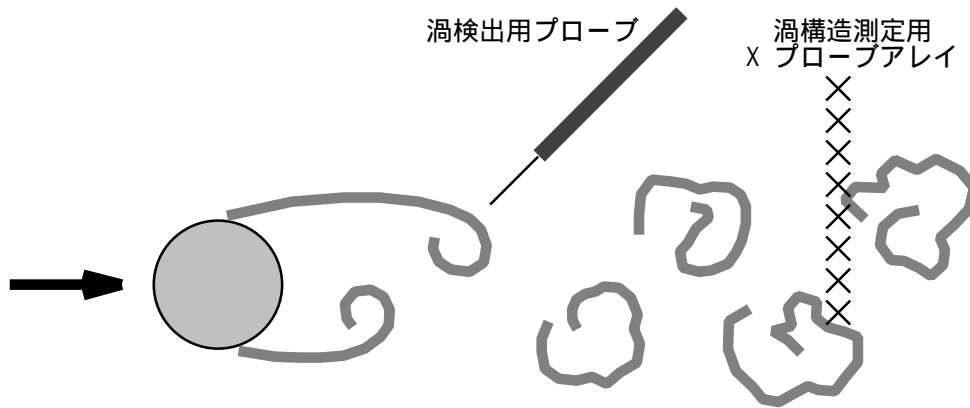


図 2.1 条件付き抽出法による乱流後流の測定

図 2.2 は乱流境界層の中に見られる大規模秩序構造の代表的なものである Ejection や Sweep を捕らえるためのプローブの配置である。この秩序構造を捕らえるために、現段階では最も定義がはっきりしている検出法である「4象限法」を用いる。これは、流れ方向と高さ方向の速度変動をそれぞれ u' と v' とし、それらの絶対値が十分大きいときに、その符号の組み合わせによってイベントが発生したか否かを定めるものである。即ち、 u' と v' をそれぞれ座標平面の x 軸と y 軸に当てはめたときに、

$$u' < 0 \quad \text{and} \quad v' > 0$$

のときには第 2 象限のイベントとして Ejection が、

$$u' > 0 \quad \text{and} \quad v' < 0$$

のときには第 4 象限のイベントとして Sweep が発生した、と見なす方法である。前者では平均流速より遅い流塊が壁から遠ざかる向きに、後者では平均流速より速い流塊が壁に近づく向きに運動しているところを、それぞれ熱線プローブが検出したことになる。このイベントを検出すると同時に、下流の梯子型プローブで境界層高さ方向の広い範囲で瞬間的な速度分布の時間変化を追いかけると、Ejection や Sweep の空間構造がわかってくる。

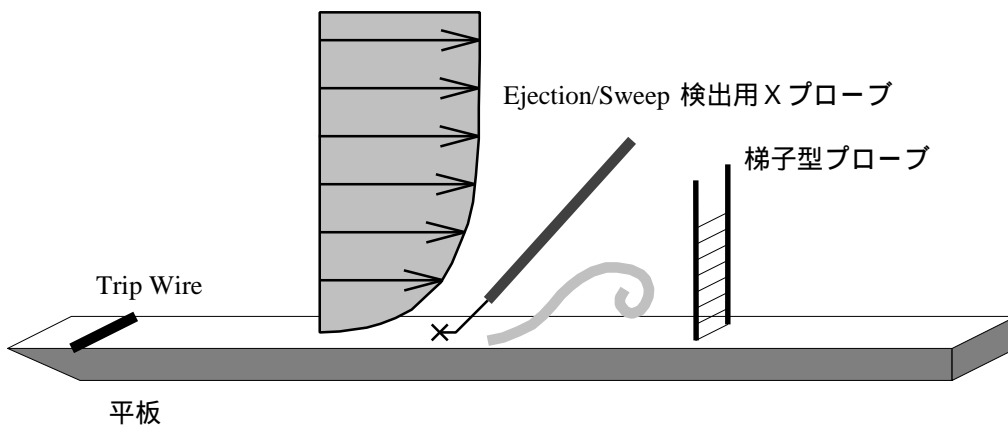


図 2.2 条件付き抽出法による乱流境界層中の秩序構造の測定

3. データの解釈について

3.1 乱流データの縮約手法について

- 非定常流,特に乱流のデータは,波形として保存しておくにはあまりにも量が多いだけでなく,人間が流れの物理を解釈するためにもあまりに複雑で冗長な情報を含んでいる.このため,物理的に意味のある情報だけを取り出し,記憶と思考の節約を図る必要がある.この情報の抽出・圧縮を「データの縮約 (Data Reduction)」と呼ぶ.
- 縮約手法は数学的な操作を利用するが,数学的操作自体には物理的解釈の背景や制約が取り込まれているとは限らない.従って,純粹に数学的な操作を行った後では,必ず結果の物理的解釈を行うべきである.これを怠ると,数学的には正しくても物理的には意味が無い,あるいは誤った結果を得ても気がつかない,ということがありうる.

第2章で紹介した各手法は,それぞれ代表的な縮約法である.これ以外にも以下に一部を紹介するように,様々な縮約法がある.

3.2 乱流場の直交分解について

- 乱流場がいくつかの基本的な構造が重ね合わされて出来ている,と考えることはさほど不自然ではない.このとき,それぞれの基本構造が何であるのか,それを調べるための手法が直交分解である.

基本構造の重ね合わせで複雑な全体を再構成しようという立場に立つと,それぞれの基本構造が独自の性質を持っていて,どの基本構造も決して他の基本構造の重ね合わせでは表現できない,という条件を満たす必要がある.即ち,各基本構造は互いに独立でなければならない.互いに独立であれば,適当な直交化手法で互いに直交する(共通な成分を持たない)基本構造の組を再構成できる.直交化された基本要素の組を使って初めて「基本構造」という概念が意味を持つ.

- Fourier 変換は最も基本的な直交分解法である.

Fourier 変換の基本要素は,無限に長い台を持ち,互いに相似な周期関数である三角関数の組である.台が無限に長いので,無限に長い信号の直交分解に向いている.定常ランダム系列は専ら Fourier 変換によって解析されることが多い.また,基底が全て周期関数であるために,周期関数の解析には最も適している.数学的道具立てや,各種アルゴリズムも整っており,最も使い易い直交分解法の一つである.

しかし,基底関数の台が有界でないために,非定常・間欠的な信号を直交分解しても物理的に意味のない係数が現れることがあり,解釈には十分な注意が必要となる.端的な例をあげよう.デルタ関数の Fourier 変換は周波数軸上いたる所で一定の値をとる.するとデルタ関数はあらゆる周波数の三角関数を均等に重ね合わせたものだ,ということになる.これは数学的にはもちろん正しいのだが,デルタ関数は原点以外では値を持たないために,原点以外の場所でその直交分解を考えることには意味が無い.原点のごく近傍でしか値を持たない関数を,台が無限に広い直交基底で分解するから,このようなことが起きる.したがって,非定常現象のスペクトル解析の結果の解釈には十分な注意が必要である.

非定常現象の解析ではこのような不都合を回避しようとして、ある有限の期間の信号だけを取り出して解析する Windowed Fourier Transform, Gabor Fourier Transform などと呼ばれる手法が用いられてきた。しかし、Fourier 変換は本質的に定常ランダム系列を扱うための数学変換であるために、無理をしている点は否めない。

有界区間での直交分解の代表的なものには Tchebychev 多項式があって、非常によく使われる。円筒座標系で調和関数を記述するには、専ら Bessel 関数が用いられるし、球座標系では Legendre 関数で展開するのが普通である。実際の問題にはこれら様々な直交展開法を組み合わせることで使うことになる。例えば矩形チャンネル流を、流れ方向とスパン方向を周期境界条件の下で、壁方向をすべり無し境界条件で数値的に解く場合には、流れ方向とスパン方向を Fourier 級数で、壁と垂直な方向を Tchebychev 級数で展開して計算することが多い。これは、各方向毎に最も適した直交分解法を選択した結果にほかならない。このように、直交分解には状況に応じてそれぞれ自然な基底というものが存在する。

- 非定常ランダム系列に適した直交分解は未開発の状態である。

80 年代後半に現れ、現在研究が進展中の Wavelet 変換は、非定常系列の直交分解の最有力候補であろう。しかし、本格的な応用はこれからの課題である。連続 Wavelet 変換と直交 Wavelet 変換とに大別され、それぞれ用途に応じて使い分けられる。画像データ圧縮の新しいアルゴリズムは直交 Wavelet 変換の応用の一例である。

- ランダム系列のデータ自身から直交基底を作る方法もある。

統計学で Singular Value Decomposition や Singular Spectrum Analysis と呼ばれ、乱流分野では Proper Orthogonal Decomposition と呼ばれる手法で、数学的には Karhunen-Loeve 展開と総称される直交分解法である。データ自身から統計学的手法で直交基底を構成し、元のデータを展開するもので、特定の基底関数系を前提としない。主に乱流の秩序構造、ランダムデータに潜む統計的秩序パターンの抽出に使われる。

これまでに、乱流境界層の秩序構造の抽出、地球大気大循環のパターンの分類、などに使われ、成果をあげてきている。人間がひと目見ただけでは、どこにどういふ秩序パターンがあるのかわからない、というほど乱雑な場を解析する手法として、他に無い特徴を持っている。しかし、純粋に数学的な操作なので、結果の解釈には十分な注意を要する。

3.3 数値解析との相補的研究について

- 実験的手法にも、数値的手法にもそれぞれ得手不得手があるので、それぞれの特徴を生かして相補的に研究を進めることが望ましい。

数値計算の結果は、実験的検証を経てはじめて信頼性を獲得する。逆に、信頼性が確立された計算手法で、実験では測定不可能な領域を調べることが可能になる。

互いに重なり合う領域では互いの信頼性の向上に協力しあい、独自の強みを発揮できる領域では、信頼できる範囲で大いに情報の抽出に努めるべきだろう。

参考書

流体力学 ,乱流基礎全般

- [1] Tritton, "Physical Fluid Dynamics, 2nd ed.", Oxford Univ. Press, 1988.
- [2] Hinze, "Turbulence, 2nd ed.", McGraw-Hill, 1975.
- [3] Schlichting, "Boundary Layer Theory, 7th ed.", McGraw-Hill, 1979.
- [4] 今井功 『流体力学 (前編)』, 裳華房, 1973.
- [5] 巽友正 『流体力学』, 培風館, 1982.
- [6] 谷一郎 (編) 『流体力学の進歩 乱流』, 丸善, 1980.
- [7] 谷一郎 (編) 『流体力学の進歩 境界層』, 丸善, 1984.
- [8] Van Dyke, "An Album of Fluid Motion", Parabolic, 1982.
- [9] 日本機械学会 (編) 『写真集 流れ』, 丸善, 1984.

各種計測法 ,データ処理法

- [10] Hildebrand, "Introduction to Numerical Analysis, 2nd ed.", Dover, 1987.
- [11] Papoulis, "The Fourier Integral and its Applications", McGraw-Hill, 1962.
- [12] Papoulis, "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, 2nd ed.", McGraw-Hill, 1984.
- [13] Oppenheim & Schaffer, "Digital Signal Processing", Prentice-Hall, 1975.
- [14] Brigham, "The Fast Fourier Transform and its Applications", Prentice-Hall, 1988.
- [15] Preisendorfer, "Principal Component Analysis in Meteorology and Oceanography", Elsevier, 1988.
- [16] Kaye & Laby, "Kaye & Laby Tables of Physical and Chemical Constants, 15th ed.", Longman Scientific & Technical, 1986.
- [17] 日本機械学会 (編) 『技術資料 流体計測法』, 日本機械学会, 1985.
- [18] 国立天文台 (編) 『理科年表』, 丸善 .
- [19] 谷 ,小橋 ,佐藤 『流体力学実験法』, 岩波書店.
- [20] 流れの可視化学会 (編) 『新版 流れの可視化ハンドブック』, 朝倉書店, 1986.
- [21] 南茂夫 (編著) 『科学計測のための波形データ処理』, CQ 出版社, 1986.
- [22] 小池慎一 『Cによる科学技術計算』, CQ 出版社, 1987.

論文誌など

非定常流のデータ処理法について系統的に書かれた教科書はほとんど無い。それぞれのデータ処理法については、その原論文を参照する必要がある。ここでは最も一般的、代表的な論文誌をあげるにとどめる。これら以外にも熱伝達や物質輸送、ターボ機械などにはそれぞれ専門化した論文誌が発行されている。

- [23] Journal of Fluid Mechanics.
- [24] Physics of Fluids, B.
- [25] AIAA Journal.
- [26] ASME, Journal of Fluid Engineering.
- [27] Annual Review of Fluid Mechanics.
- [28] 日本機械学会論文集, B