

# 空力騒音の物理

工学院大学工学部機械工学科

飯田 明由

## 1 はじめに

自動車や航空機などの輸送機関，コンピュータやエアコンなどの電子機器・家電製品，ビルのバルコニーなど様々な工業製品で空力騒音が問題となっており，空力騒音低減手法の開発が製品開発における主要課題となっている．近年では大規模な低騒音風洞を使った空力騒音実験や数値解析による空力騒音の予測が行われるようになり，多くの企業で空力騒音に関する基礎・応用研究開発が進められている．特にここ 1,2 年の数値解析ソフトの進歩は著しく，STAR - CD や FLUENT といった市販ソフトでは空力騒音モデルが標準で組み込まれている．しかし，その一方で空力騒音解析のブラックボックス化が懸念されるようになっている．CFD の場合と同じようにすべてのユーザーが基礎方程式の詳細まで勉強する必要はないとしても，空力騒音の基本的な性質や解析ソフトが前提としている物理モデルについて学習しておく必要があると考えられる．本講習では空力騒音の性質について解説する．

## 2 基礎方程式

この講習会では，空気力学的に発生する騒音を中心に取り上げるため，特に断らない限り，流体及び音波を伝える媒質は空気とする．この章で扱うほとんどの事象は空気だけでなくほかの流体にも拡張することが可能であり，本来は流体音と表現すべきであるが，ここでは媒質を空気に限定し，空力騒音として解説する．

空気の塊が外力等によって運動すると，周囲の空気が運動を妨げるため空気塊は圧縮される．弾性の影響によって空気塊は圧縮に対して抵抗を示す．また，慣性による作用により空気は動き続けようとする．しかがって，慣性と弾性の影響により流体中には圧力変動が引き起こされる．空力音は，空気の運動によって生じた圧力変動が，音波として周囲に伝播したものである．ここで注意すべき点は，この解説で扱う空力音は流体によって引き起こされる圧力変動そのものではなく，変動成分の中で空気中を伝播するものだけを扱う点である（衝撃波のようなものは対象外である）．

このような条件のもとでは，粘性の影響を無視することができるので，流体の運動方程式はオイラーの式と連続の式で記述することができる．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_j = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_i v_j = - \frac{\partial}{\partial x_i} p + F_i \quad (2)$$

ここで，空気密度を  $\rho$ ，速度  $v=(v_1, v_2, v_3)$ ，圧力を  $p$ ，外力を  $F_i$  とする．流体が非粘性で微小変化が断熱的な場合，

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} \quad (3)$$

という関係が成立する．ここで添え字  $s$  はエントロピー一定のもとでの微分を表す．また  $c$  は音速である．

式(1)を  $t$  で偏微分し，式(2)を  $x_i$  で偏微分すると，

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_j = 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial t} \rho v_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_i v_j = - \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_i} p + \frac{\partial}{\partial x_i} F_i = -\nabla^2 p + \frac{\partial}{\partial x_i} F_i = -c^2 \nabla^2 \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} F_i \end{cases}$$

したがって，上式を整理すると，

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rho - c^2 \nabla^2 \rho = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_i v_j - \frac{\partial}{\partial x_i} F_i \quad (4)$$

が得られる．式(4)の右辺が 0 の場合は，密度  $\rho$  の変動が音速  $c$  で伝播する様子を表す波動方程式となる．式(4)の右辺は音源項と呼ばれ，流体運動や外力による音波の発生や移流効果を表している．この式が一般に Lighthill 方程

式と呼ばれる式である。この式の大きな特徴は音を伝播する媒質である空気以外になにも必要としないことである。古典的な音響理論では、音源は音を伝える媒質とは別のものであるのが一般的である。たとえば、太鼓やギターなどの楽器の音は、膜や弦の振動によって媒質である周囲の空気が振動することが原因であり、音源は膜や弦の振動であるとする。

一方、式(4)はそのような振動する物体がない場合でも、流体の運動によって音波が伝播することを示している。製品開発で空力騒音が問題となる原因の一つは音源と音を伝える媒質が同じだという点あげられる。振動騒音の場合、(対策が簡単かどうかは別にして)対策すべき対象は既知である。たとえば新幹線の転動音(車輪とレールの騒音)の場合、原因が車輪とレールにあることは明らかである。一方、空力騒音の場合、たとえばパンタグラフから騒音が発生すると言っても、パンタグラフのどの部位から発生しているのかわかりにくい。仮にあるパーツを改良して発生する空力音が変化したとしても、流れの非線形性から必ずしもそのパーツが音源であったとは言えない場合がある。この点が空力騒音対策においてしばしば問題となる。

式(4)は簡単のためにオイラーの式から導いたが、粘性を考慮した Navier-Stokes 方程式から求めれば、式(4)は

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rho - c \nabla^2 \rho = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho v_i v_j + (p - c^2 \rho) \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right] - \frac{\partial}{\partial x_i} F_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} T_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_i} F_i \quad (5)$$

と表すことができる。この式は N-S 方程式と同じ厳密さを持っている\*。

### 3 スケール則

Lighthill は式(4)(5)をロンドンに向かう列車の中で導いたと言われている。Lighthill が偉大な点は単に基礎方程式を導いただけではなく、その式の持つ物理的な点を明確にしたところである。もともと Lighthill がこの問題に取り組んだのは、ジェットエンジンの低騒音化手法を検討するためであった。Lighthill は式(4)(5)を用いてジェット騒音が速度の 8 乗に比例することを示した。また、その結果から推進力を一定に保って、ジェット騒音を低減するには、ジェットエンジンの吹き出し口を大きくし、平均流速を下げるのが本質的に重要であることを示した。Lighthill の得た知見からジェットエンジンを大口径化し、ジェットエンジンの騒音を画的的に低減することに成功した。

式(5)は

$$\begin{aligned} \Delta \rho &= -\frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \int \frac{1}{r} F_i(\mathbf{y}, \tau) d^3 \mathbf{y} + \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_i \partial x_j} \int \frac{1}{r} T_{ij}(\mathbf{y}, \tau) d^3 \mathbf{y} \\ &= -\frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \int \frac{F_i(\mathbf{y}, \tau) d^3 \mathbf{y}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} + \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_i \partial x_j} \int \frac{T_{ij}(\mathbf{y}, \tau) d^3 \mathbf{y}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \\ &= -\frac{1}{4\pi c^3} \frac{x_i}{r} \frac{\partial}{\partial t} \int F_i(\mathbf{y}, \tau) d^3 \mathbf{y} + \frac{1}{4\pi c^4} \frac{x_i x_j}{r^3} \frac{\partial}{\partial t^2} \int T_{ij}(\mathbf{y}, \tau) d^3 \mathbf{y} \end{aligned} \quad (6)$$

と変形することができる。ここで、

$$r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|, \quad \tau = t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{c}$$

である。 $x$  は音の観測点、 $y$  は音源位置を示す。また、音の波長に比べて音源となる流れの変動スケールが十分に小さいと仮定した。式(6)の第 1 項は外力による音の発生を、第 2 項は乱れによる音の生成を表す。ここで、外力による影響は、流体の湧き出しによるものと運動量の変化による 2 つの成分に分けることができる。今、流体の時間スケールを渦スケール  $l$  と速度  $u$  の比で表すことができるとして、式(6)のオーダー評価を行う。

\*基礎方程式が得られているのであれば、数値計算によって空力音の解析が可能であると考えられる。コンピュータの性能が飛躍的に向上し、製品開発に流体解析が一般的に用いられるようになった今日、空力音の数値解析も同じように可能ではないかと考えても不思議ではない。しかし、実際には Lighthill 方程式を直接計算し、空力音を求めることは現在のコンピュータの能力をもってしても容易ではない。もちろん、空力音の数値解析は 10 年前に比べ飛躍的に向上しており、近い将来、空力音解析による設計の最適化が可能になると考えられるが、それまでの間、実験や基礎的な数値解析を用いた開発を行う必要がある。これは、Lighthill 方程式の基礎となっている NS 方程式が解析的に解けないこと、NS 方程式を数値解析することの困難さを思い浮かべれば理解できると思われる。一般に、空力音の大きさは動圧の  $10^{-4}$  から  $10^{-6}$  のオーダーである。現在の CFD 解析では、このレベルの圧力変動を正確に求めることは技術的にかなり難しいと言わざるを得ない。

単位面積あたりの湧き出し流量を $\rho_0 u l^2$ ，単位体積当たりの運動量の変化を $\rho_0 u / (l u) l^3$ とすると，その時間変化は，それぞれ $\rho_0 u^2 l$ ， $\rho_0 u^3 l$ とかける．一方，単位体積あたりの $T_{ij}$ は $\rho_0 u^2 l^3$ と表すことができる．また音圧 $p=c^2 \rho$ より，遠方における放射音は

$$p^2 = 4\pi r^2 c^2 \frac{\rho^2}{\rho_0} \approx \frac{\rho_0}{c} u^4 l^2 + \frac{\rho_0}{c^3} u^6 l^2 + \frac{\rho_0}{c^5} u^8 l^2 \quad (7)$$

と表される．この式から湧き出しによる騒音（単極子：monopole）は速度の4乗，運動量変化による騒音（二重極子：dipole）は速度の6乗，乱れの非定常運動による騒音（四重極子：quadrupole）は速度の8乗に比例することがわかる．

単位時間当たり体積 $l^3$ に流入する運動エネルギーは， $1/2 \rho_0 u^2 l^3 / t = 1/2 \rho_0 u^3 l^2$ である．このことから，音の放射効率率は，それぞれマッハ数 $M=u/c$ の1乗，3乗，5乗に比例する．したがって，二重極音と四重極音の比は $M^2$ のオーダーとなる．このため，マッハ数の大きな( $M>0.3$ )流れでは渦音が支配的になる．これが Lighthill の導いたジェット騒音の8乗則である．一方，新幹線や自動車騒音で問題となる物体がある場合の低マッハ数流れでは二重極音源が卓越し，空力音は速度の6乗に比例する．もちろん，運動量変化に伴う騒音と渦音は同時に存在する．しかし，マッハ数の大きさによって音の放射効率が異なるため，マッハ数によってどちらかの音が卓越することになる．

- 1) 流速が非常に小さい場合：  
空力音は速度の4乗に比例する。
- 2) 流速が音速に比べて小さな流れ場の中に物体がある場合：  
空力音は速度の6乗に比例する。
- 3) 流速が音速と同程度の場合：  
空力音は速度の8乗に比例する。

例：

- 単極子：拍手をした場合などの湧き出しや吸い込み流れによって発生する
- 双極子：新幹線のパンタグラフなどから発生する騒音
- 四重極子：ジェットエンジンの噴射音

#### 4 擬似音波と遠距離場

Lighthill の式の音源項は音波だけでなく，擬似音波も含んでいる．擬似音波は，流れ場の近傍にできる圧力変動であり，媒質中を音速で伝播する音波の音圧レベルが距離の2乗に反比例して減衰するのに対して，距離の4乗に反比例する．距離の4乗に比例して減衰するため，音源となる渦度変動の近傍付近以外では観測されない．したがって，空力騒音の解析の場合，擬似音波と音波を分離する必要がある．遠距離場（音波）と擬似音波の音圧の比 $\xi$ は

$$\xi = \frac{r}{\lambda / 2\pi} \quad (8)$$

と表せる．したがって，空力騒音を計測する際は，式(8)を用いて測定位置における擬似音波と音波の大きさをあらかじめ評価しておく必要がある．図1は円柱から放射される擬似音波と遠距離場の音の測定結果である．遠距離場は速度の6乗に比例するのに対して，擬似音波を含む場合は速度の5.3乗に比例して音圧が増加している．

一般に数値解析に用いられている Lighthill-Curle の式や Ffocus Williams-Hokings の式などでは，遠距離場を仮定したモデルが使われている．これらのモデルでは擬似音波を評価することはできないので，実験データと比較する場合は注意が必要

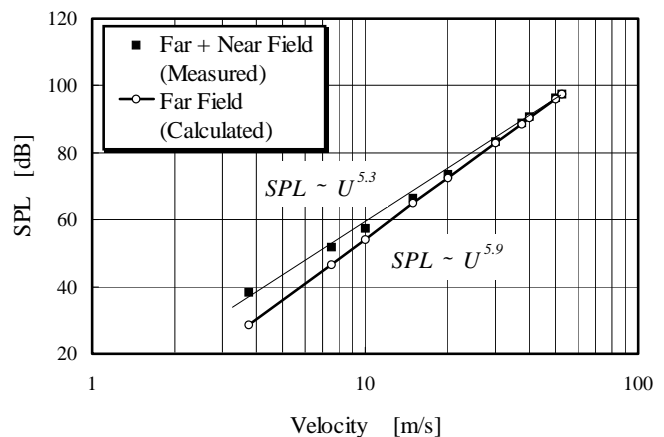


図1 擬似音波と遠距離音の比較

である．また，一般に多くのモデルでは流れ場に対して音の波長が十分に大きいコンパクトボディの仮定を使用している．このモデルの場合，遅延時間や物体の回折などは考慮することはできない．対象とする音の波長と物体や流れ場の大きさについても事前に検討する必要がある．

## 5 分離解法と非圧縮性の問題

空力騒音が問題となる製品の流れ場は一般にレイノルズ数が大きく，物体形状も複雑なため，特殊な場合を除いて，空力音の直接計算（圧縮性の流れ場を計算して，密度変動から音を算出）ではなく，音響アナロジーを利用した分離解法が使われることが多い．分離解法では，非圧縮性流れを仮定して LES など流れ場を計算し，音響場については Curle の理論や渦音理論を使って計算する．その際，しばしば問題となるのが音のような圧縮性の現象を，非圧縮性の流れ計算から計算してよいかという問題である．

非圧縮性流れの仮定の下では音速は無限に速いとみなされる．数値解析でも非圧縮解析の場合，圧力は瞬時にして解析領域全体に影響を及ぼす．このような解析では音の伝播を考えることはできない．分離解法に対して批判的な意見の多くはこの点を指摘している．しかし，今，流体の運動領域に比べて音の波長が十分に長い領域を考える場合，非圧縮性を仮定している流体領域は局所的な領域に限定される．この領域では音速は無限大で圧力変動は瞬時に伝わるが，音を観測している領域はこの領域の外部の非常に広い領域であるとする．音源領域の非常に局所的な空間の揺らぎを外部領域で観察すると，内部領域の空間的な揺らぎは時間遅れを伴って観察される．Lighthill 方程式の右辺の音源項が十分コンパクトな空間に限定される場合は，局所空間での変動が非圧縮性であるか圧縮性であるかに関わらず，その変動は音速で空間中を伝播する．したがって，分離解法を用いることはコンパクト・ボディを仮定する場合，大きな問題とはならない．

一方，伝播そのものではなく，密度が一定であるならば縦波が発生するのは矛盾であるという指摘もある．伝播に関してはコンパクトの仮定から説明ができるが，そもそも非圧縮性な流れでは密度の変動そのものが存在しないと考えられる．これについては以下に示す．

非圧縮性流れでは  $\text{div } \mathbf{v} = 0$  であり，密度変動を伴わない．速度場のフーリエ成分は

$$v_i(\mathbf{x}) = \int A_i(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{k} \quad (9)$$

と書くことができる．したがって，連続の式は，

$$\text{div } \mathbf{v} = i \int \mathbf{k} \cdot A_i(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{k} = 0 \quad (10)$$

となる．ここで  $i$  は虚数単位を示す．上式から波数  $k$  と振幅  $A_i$  が直交することがわかる．非圧縮性流れの条件では，連続の式において密度の変化が含まれないため，速度場の連続条件から導かれるのは横波だけである．一方，Lighthill 方程式の右辺  $\rho v_i v_j$  を波数空間で 2 階微分すると

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} v_i v_j = -\rho \int ((k_i + k_j) \cdot A_i(k_i)) ((k_i + k_j) \cdot A_j(k_j)) e^{i(k_i + k_j)\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{k}_i d\mathbf{k}_j \quad (11)$$

となる．この式は振幅  $((k_i + k_j) \cdot A_i(k_i)) ((k_i + k_j) \cdot A_j(k_j))$  の波動を表すものである．結局，非圧縮の条件においても，速度場の非線形効果によって密度が変化することを表している．

非圧縮で密度一定を仮定しているのに，音波の計算が可能な理由は，非圧縮性流れの計算に用いられる Poisson 方程式が結局のところ NS 方程式を解く上で近似解に成り立つだけであり，厳密には成立していないことに帰着する．数値解析（非圧縮）の勉強を始めたばかりのころ，Poisson 方程式と状態方程式がどのように両立するのか悩まれた方も多いと思われる．Poisson 方程式で流れ場の圧力が計算できるというのは，あくまでも仮定であり，Poisson 方程式と状態方程式は同時に成立しない．しかし，マッハ数の低い流れで化学反応を伴わない流れでは，巨視的に見た場合に Poisson 方程式が流体の運動を記述すると仮定するのである．空力音の場合もマッハ数が小さく，音源がコンパクトな場合は，Poisson 方程式が成り立つ範囲で流れの非線形効果に伴う密度変動を計算しても，巨視的な流れには影響を与えないと仮定することが可能である．これが，分離解法を用いても低マッハ数の流れから放射される空力音を正しく予測できる理由である．もちろん，分離解法は解析モデルであり，物理的なすべての要請を満たすものではない．しかし，少なくとも工学的な応用という点で考えれば，直接解法ではレイノルズ数の非常に小さく，かつ円柱や二次元翼などの非常に限られた形状でしか計算ができない現状を考えれば，分離解法を使うことは合理的である．また，現在のコンピュータの能力では，直接解法だから乱流が解けるというものではない．結局，工学的な応用と

いうことを考えれば、LES を使って流れ場をできるだけ正確に計算し、分離解法によって音を計算する方法のほうが精度は高いと考えられる。放射した空力音の音響特性を考慮するために、流れの計算によって得られた音源項のデータをもとに境界要素法で音場を試みも行われている。また、擬似圧縮性解法を用いた空力音解析も進められている。

## 6 一般によく使われている理論

Lighthill の式を直接解くことは難しいので、適当な境界条件のもとでモデル化することが多い。一般的な手法としては音源項の性質を考慮したグリーン関数を導入して、解析的に調べる方法が取られる。たとえば、固体壁がない場合は自由空間のグリーン関数が利用される。固体壁がある場合は、固体壁面に対して垂直方向の速度成分を 0 にするなどの拘束条件を与える。空力騒音解析に利用されるいくつかの式を以下に記載する。

### Lighthill-Curle の式

低マッハ数流れの中に物体が置かれた場合の空力音を予測するモデルとして、自動車や鉄道騒音の予測などに幅広く利用されている。

$$p_a = \frac{1}{4\pi c} \frac{x_i}{|\mathbf{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \int n_i p(\mathbf{y}, t - |\mathbf{x}|/c) dS \quad (12)$$

Curle の式が広く使われている理由のひとつとして、物体表面の圧力変動という測定が容易な物理量に基づいて空力音の予測が可能なモデルであることがあげられる。物体表面の圧力変動は物体に作用する流体力と等価なことから、Curle の式は流体による運動量変化が音を発生させることを意味する。この式は数学的な取り扱いも計測 (CFD を含む) も容易であり、物理的な意味も理解しやすい。しかし、その一方で物体に作用する流体力の原因には言及していないため、予測には適していても、音の発生原因である流体力学的な機構について明らかでないという問題点もある。

その意味で Curle の式は空力音の評価には適していても、空力騒音対策に適用する場合は注意が必要である。図 2 に円柱表面の圧力変動スペクトルとスパン方向の相関測定結果を示す。カルマン渦の基本周波数である無次元周波数 0.2 付近の圧力変動が大きいことがわかる。また、スパン方向の相関も強く、規則的な渦ができていくことがわかる。このような圧力変動の測定から空力音の予測が可能となる。

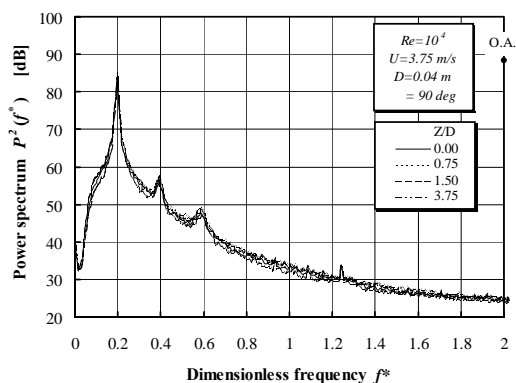


図 2 円柱表面の圧力変動スペクトル

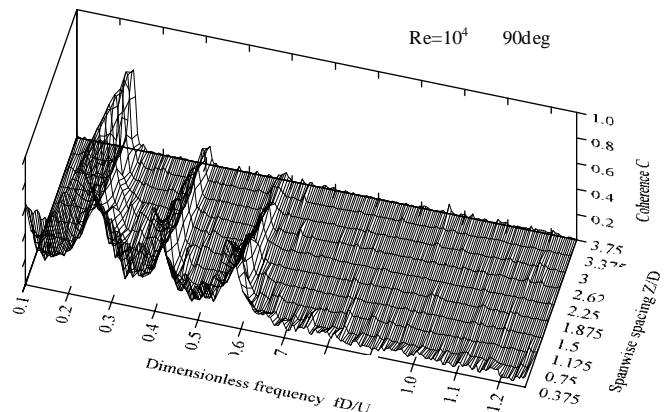


図 3 スパン方向相関の測定例

### Powell の式

Powell は Lighthill 方程式の解として渦度と速度の外積が音源となるモデルを導いた。この式は渦と速度の変動が音になることを示している。右辺の音源項は数値解析などで求めることが可能であるが、実験で求めるのはかなり困難である。

$$\left( \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \rho \right) = -\rho_0 \operatorname{div}(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) \quad (13)$$

波動方程式の右辺は音源項であっても、この変動を直接音として評価することはできない。数値解析ではこの音源項を評価して音の発生部位を調べることがあるが、音のレベルを推定する場合は、波動方程式を解く必要がある。

図 4.5 に二次元噴流の速度ベクトルと音源項の計算結果を示す。噴流はトップハット型で流出しており、噴流出口付近から噴出口の 10 倍程度はなれた位置で複雑な分布を持つことがわかる。音源項の時間変化が音圧に比例する。静止画ではわかりにくいですが、噴流出口では音源項はほとんど変化しない。一方、下流部の噴流が巻き上がっている部分では音源項が激しく変化するため、音の発生にこの部位が寄与していることがわかる。

図 6, 7 は固体壁のある場合の Powell 音源の計算例(円柱)である。

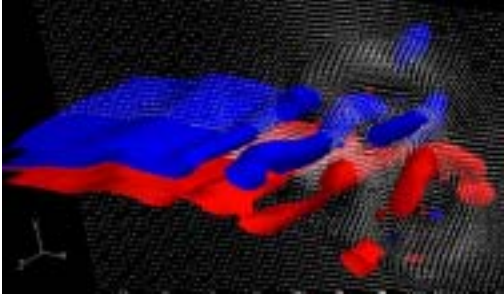


図 4 噴流出口部近傍の渦度と速度ベクトル

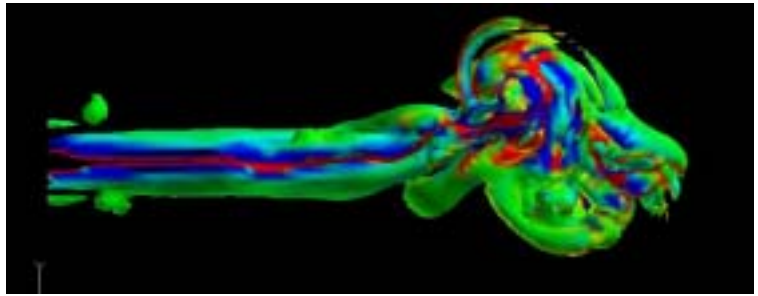


図 5 二次元噴流における Powell 音源項の解析結果

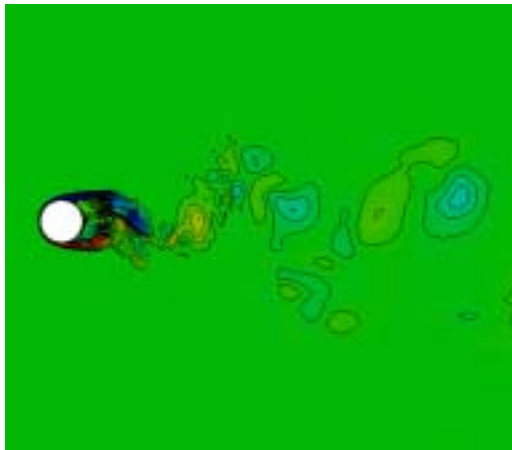


図 6 円柱後流の渦度分布

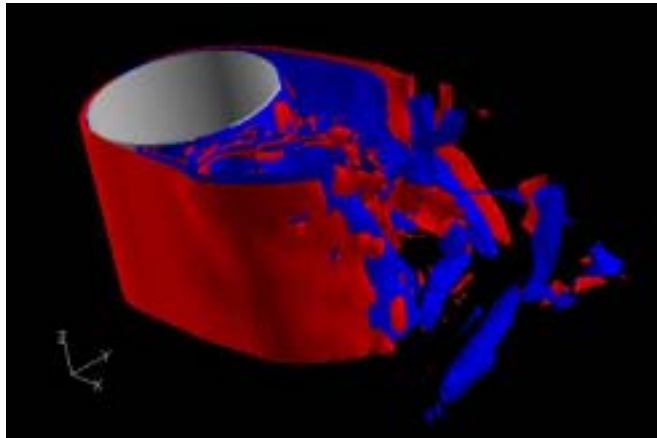


図 7 円柱後流の Powell 音源の等値面

渦が放射する音の強さは

$$P_a(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho_0 x_i x_j}{12\pi c r^3} \frac{\partial^3}{\partial t^3} \int_V y_i (\mathbf{y} \times \boldsymbol{\omega})(\mathbf{y}, t - |\mathbf{x}|/c) dy \quad (14)$$

で表される。この式は渦度の時間変動(3 回微分)が音になることを示している。一方、物体がある場合は、物体によるスカatteringを考慮する必要がある。この場合、物体がどのような音響特性を示すかが問題となる。Howe は物体の影響を物体近傍のポテンシャル場の変化率で表すモデル(コンパクト・グリーン関数モデル)を提案した。

$$P_a(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho_0 x_i}{4\pi c |\mathbf{x}|^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_V (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u})(\mathbf{y}, t - |\mathbf{x}|/c) \cdot \nabla Y_i dy \quad (15)$$

ここでポテンシャル  $Y_i$  は対象とする物体に対して単位速度の非粘性流れから求めることが可能である。この式は二重極音源の特性を持ち、解析領域を適切に選べば、Curle の式と一致する。したがって、物体表面の圧力変動から得られる空力音は、渦度と速度場の変動に起因することがわかる。ただし、渦度の時間微分を含むため、実験や数値解析で精度良く求めることは非常に難しい。また、Curle の式が表面積分なのに対して、空間積分が必要なため空力騒音の評価を行う場合、精度の点では必ずしも有利ではない。このため、音圧の計算には Curle の式を利用し、音源や

空力音の低減対策を検討する際は、音源項  $\text{div}(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$  または  $\frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$  の評価を行う方法が現実的である。また、Howe の示したコンパクト・グリーン関数モデルでは角部や形状が急激に変化する部位が音源となりうることを示している。このことは空力騒音対策における方向性を示唆しているものと考えられる。

### Ffowcs Williams-Hawkings の式

流れの中で物体が移動する場合の空力音の基礎モデルとして Ffowcs Williams-Hawkings の式が導かれている。この式の右辺第 1 項は Curle の式と等価であり、物体に作用する力の変化が音源となっている。また、第 2 項はいわゆる Lighthill テンソルの寄与を示す。マッハ数の小さな流れではこの項の影響は小さい。第 3 項は加速度の影響による項であり、第 4 項は物体の移動に伴う効果である。物体が移動したことによる影響は加速度に比例した二重極音源と移動速度に  $\rho V_i V_j$  は四重極音源に相当する。M は移動物体のマッハ数である。

$$\begin{aligned} \Delta\rho = & -\frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \int \frac{f_i(\mathbf{y}, \tau)}{r|1-\mathbf{r}/rM|} dS + \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int \frac{T_{ij}(\mathbf{y}, \tau)}{r|1-\mathbf{r}/rM|} dV \\ & - \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \int \frac{\rho_0 a_j}{r|1-\mathbf{r}/rM|} dV + \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int \frac{\rho_0 V_i V_j}{r|1-\mathbf{r}/rM|} dV \end{aligned} \quad (16)$$

この式で四重極音源の影響が小さいとみなせる場合、たとえばファンなどの移動物体から放射される空力音は以下の式で表すことが可能である。

$$p_a = \frac{1}{4\pi c} \int \frac{r_i}{r^2(1-M_r)^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} n p(y, t) + \frac{n p(y, t)}{1-M_r} \frac{\partial M_r}{\partial t} \right\} dy \quad (17)$$

式(17)を用いることにより、ファン表面の圧力変動に伴う効果とファンの加速運動に伴う騒音を計算することができる。

### 参考文献：

#### 流体力学、乱流基礎一般：

- [1] Hinze, J.O. "Turbulence, 2nd ed", McGraw-Hill (1975)
- [2] Schlichting, "Boundary Layer Theory, 7th ed", McGraw-Hill (1979)
- [3] 谷一郎 「流れ学」
- [4] 谷一郎 (編) 「流体力学の進歩 (乱流)」, 丸善 (1980)
- [5] 巽友正 (編) 「乱流現象の科学」、東京大学出版 (1986)

#### 流体音に関する参考書

- [1] 梅沢清彦 (編) 「静粛工学」、開発社 (1995)
- [2] 望月、丸田 「流体音工学入門」、朝倉書店 (1996)
- [3] M.E.Goldstein 著、今市憲作、辻本良信 訳 「流体音響学」、共立出版 (1991)
- [4] M.S.Howe "Theory of Vortex Sound", Cambridge University Press, (2002)
- [5] T.J.Mueller, "Aeroacoustic Measurements", Springer, (2002)
- [6] J. Lighthill, "Waves in Fluids", Cambridge University Press, (1979)
- [7] M.S.Howe, "Acoustics of Fluid-Structure Interactions", Cambridge University Press, (1998)

**付録：音に関する基本事項**

空力音の研究を行う場合、音の測定に関する基礎知識が必要になる。ここでは音の計測と分析に関する注意事項を簡単に示す。

マイクロフォン。音響実験には直径 1 in 及び 1/2in のコンデンサマイクが使われることが多い。周波数範囲は 20Hz ~ 12.5kHz (または 20Hz ~ 20kHz) のものが多い。

音圧の単位は Pa であるが、音響計測では 50dB とか 62dB などのように dB で表示するのが一般的である。dB は基準音圧に対する対数表示を 10 倍したものであり、音圧レベル (SPL) は以下のように表わされる。

$$SPL = 10 * \log\left(\frac{P^2}{P_o^2}\right) = 20 * \log\left(\frac{P}{P_o}\right)$$

ここで  $P_o$  は基準圧力で  $2 \times 10^{-5}$  Pa である。

騒音計で音の測定をする場合、1Pa=94dB として校正することが多く、ピストンホンと呼ばれる校正装置を使って校正するのが一般的である。

**周波数特性：**

音や音波は人間の感覚とは無関係に定義できる物理量である。これに対して騒音は人間が不快と感じる音をさす。したがって、騒音は人間の感覚、あるいは耳の生理的な構造に依存する。人間の感覚までを含めた騒音の評価方法については、いろいろな研究が行われているが、一般には音圧測定結果に対して人間の聴感補正を行った騒音レベルにより評価することが多い。

このため、騒音計には A 特性補正というフィルタがついている。騒音レベルを測定する場合は、A 特性フィルタを ON にして音圧レベルを補正する。A 特性フィルタは図 6 に示すように人間の耳の感度が敏感な 1kHz 付近を中心とした特性を持つ。音の解析では周波数ごとに重みが異なるため、FFT アナライザやオクターブ分析器を用いて周波数解析を行うことが一般的である。

ただし、人間の耳は音の周波数を完全に分離することはできない。個人差はあるものの 100Hz と 101Hz の音の差を聞き分けられる人はまれである。このため、人間の可聴範囲と言われる 20Hz から 20 kHz の周波数を適当なバンドごとに区切って周波数解析を行う。音の周波数の比率が 2 倍になった場合、音程が 1 オクターブ上がったと言う。オクターブバンドとは、ある周波数を中心として上限と下限の周波数の比率がちょうど 1 オクターブになる周波数の幅のことである。今注目する周波数を中心周波数  $f_o$  という。オクターブバンドは  $f_o/2$  の下限周波数から  $2f_o$  の周波数までの帯域と定められている。騒音の評価では 1 オクターブバンドを 3 等分した 1/3 オクターブバンドが一般に使われる。

**A 特性補正レベル**

周波数	A特性	周波数	A特性	周波数	A特性
20	-50.5	200	-10.9	2000	1.2
25	-44.7	250	-8.6	2500	1.3
31.5	-39.4	315	-6.6	3150	1.2
40	-34.6	400	-4.8	4000	1.0
50	-30.2	500	-3.2	5000	0.5
63	-26.2	630	-1.9	6300	-0.1
80	-22.5	800	-0.8	8000	-1.1
100	-19.1	1000	0.0	10000	-2.5
125	-16.1	1250	0.6	12500	-4.3
160	-13.4	1600	1.0		

