

ゴルフスイングにおけるシャフトのたわみ推定

太田 憲^{*1}, 仰木 裕嗣^{*1}, 澁谷 和宏^{*2}

A Numerical Model for the Three-Dimensional Deflection of a Golf Shaft during the Swing

Ken OHTA^{*1}, Yuji OHGI^{*1} and Kazuhiro SHIBUYA^{*2}

^{*1} Graduate School of Media and Governance, Keio University
5322 Endo, Fujisawa, Kanagawa, 252-0882, Japan

A model that calculates the deflections of a golf shaft during the swing was developed. Applying static deflection to a shaft which is flexible and has varying bending stiffness, a differential equation for moment and curvature which characterize its behavior over the duration of the swing were generated. Incorporated into concentrated moment are moment of forces acting at the tip and grip end of the shaft. These loads were calculated using an inverse dynamics analysis of the motion of the golf club during the swing. A motion capture system was utilized to collect the necessary data. Solutions to the equations for the shaft deflection were calculated numerically. The results are presented as deflections along the shaft at each time. Bending deflections are determined in two-dimensional direction.

Key Words : Deflection, Golf Shaft, Bending Stiffness, IMU, Eccentric Payload Model

1. はじめに

スイングの特徴に適合するゴルフクラブの設計において、シャフトの曲げ剛性の適切な分布が重要である。しかしながら、ゴルフスイングにおける曲げ剛性分布の物理的な意味が明確ではないため、スイングに適合する曲げ剛性分布の決定指針も明確ではない。また、シャフトの曲げモーメント分布はシャフト断面を考慮すれば、シャフトの中心軸方向に対して垂直な断面内の方向によって異なり、ゴルフスイング中のたわみや曲げモーメントの分布が各方向に対してどのように推移するかも、詳しく検討された例も少ない。そこで、本研究では曲げ剛性分布の設計指針の基礎を与えることを念頭に置き、慣性センサなどを利用し、簡便にシャフトの曲げモーメントやたわみを推定する数理モデルを考察する。

クラブのシャフトのたわみは、ゴルフクラブのスイング面に沿った向きにだけたわむのではなく、特にインパクト前後では、鉛直平面内のヘッド付近でのたわみ（トゥダウン現象）も大きい。このことから、本研究で採用するモデルは、3次元空間を6自由度で運動するゴルフクラブを考慮し、そのシャフト軸に対して垂直な2方向のたわみを計算する。

2. ゴルフスイングのダイナミクス

これまで、ゴルフクラブのシャフトのたわみを推定するモデルとして、シャフトを梁の横振動として考え偏微分方程式を解く研究^{(1)~(3)}がある。しかしながら、4階の偏微分方程式に境界条件を与えてたわみ曲線を解くことになり、問題が複雑になりたわみの原因の物理的な意味を捉えにくく計算負荷も高い。また、歪みゲージによって計測されたシャフトに作用する曲げモーメントと、曲げモーメントと曲率（たわみ）関係を表す平衡方程式を用いてたわみを推定する研究⁽⁴⁾もあるが、歪みゲージを装着するなど計測の負担が大きい。そこで本研究では、推定方法が簡便でたわみの物理的な意味を考察しやすい、静的なたわみ近似を利用した推定方法を提案する。

^{*1} 正員, 慶應義塾大学 政策・メディア研究科 (〒 252-0882 神奈川県藤沢市遠藤 5322)

^{*2} セイコーエプソン株式会社 (〒 399-0293 長野県諏訪郡富士見町富士見 281)
E-mail: *kenohta@sfc.keio.ac.jp

2.1 偏心ペイロードモデル

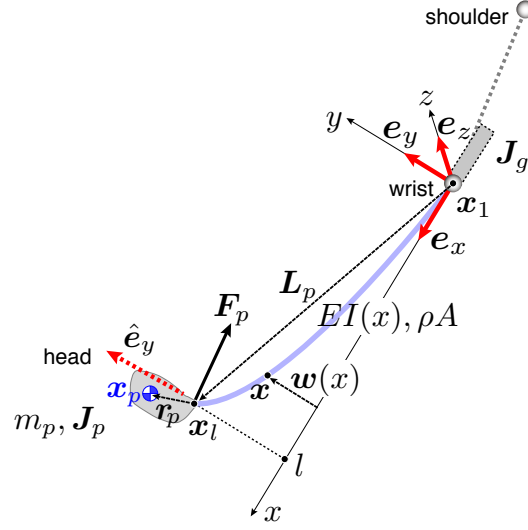


Fig. 1 Model of golf club

3次元空間を自由にスイング運動を行うゴルフクラブのダイナミクスを導出する。図1に示すように、ゴルフクラブは曲げ剛性特性を持つシャフト部と、グリップ部、シャフトの中心軸から偏心した位置に重心を持つペイロードのヘッド部、の3つの部分から構成される。

シャフト部は減衰のない剛性特性を持ち、そのヤング率（縦弾性係数）、断面二次モーメント、せん断弾性率（横弾性係数）、極断面二次モーメント、を E, I, G, J とすると、 $EI(x), GJ(x)$ はシャフトの曲げ剛性分布とねじり剛性分布を意味する。シャフトの根元側の関節 x_1 に固定された座標系を図1に定義する。シャフトの中立軸方向を x 軸とし、その軸方向の単位ベクトルを e_x とした。ここで図1に示すように、 e_y をヘッドのフェース面にそった方向の単位ベクトルとすると、 z, y 軸は $e_z \equiv e_x \times e_y, e_y \equiv e_z \times e_x$ によって定義された各単位ベクトルの方向とする。グリップ部の関節は、位置の3自由度と回転の3自由度の合計6自由度をもち、その位置ベクトルを x_1 とし、シャフト先端、ヘッド部重心位置の位置ベクトルを x_l, x_p とする。また、シャフトの長さを l とした。また、グリップ部とヘッド部の慣性モーメントを J_g, J_p 、ヘッド部の質量を m_p 、クラブの角速度ベクトルを ω とした。

たわみ変位ベクトルを $w(x, t) = y(x, t)e_y(t) + z(x, t)e_z(t)$ と定義すると、シャフト上の梁の微小要素の位置ベクトル x は

$$x(x, t) = x_1(t) + xe_x(t) + w(x, t) \quad (1)$$

となり、その速度ベクトル、加速度ベクトル

$$\dot{x} = \dot{x}_1 + \omega \times (xe_x + w) + \dot{y}e_y + \dot{z}e_z = \dot{x}_1 + \omega \times x + \dot{y}e_y + \dot{z}e_z \quad (2)$$

$$\ddot{x} = \ddot{x}_1 + \dot{\omega} \times (xe_x + ye_y) + \omega \times (\omega \times (xe_x + ye_y)) + \ddot{y}e_y + \omega \times \dot{y}e_y \quad (3)$$

$$= \ddot{x}_1 + \dot{\omega} \times x + \omega \times (\omega \times x) + \ddot{y}e_y + \dot{z}e_z + \omega \times (\dot{y}e_y + \dot{z}e_z) \quad (4)$$

を得る。ここで、式中の記号 (\cdot) は時間微分を表す。また、コリオリ加速度 $\omega \times (\dot{y}e_y + \dot{z}e_z)$ を無視すると、加速度ベクトルは

$$\ddot{x} = \ddot{x}_1 + \dot{\omega} \times x + \omega \times (\omega \times x) + (\ddot{y}e_y + \ddot{z}e_z) \quad (5)$$

となる。同様に、シャフト先端からクラブヘッドの重心位置までの位置ベクトルを r_p とすると、シャフト先端とペイロードの重心の位置ベクトルは

$$x_l(l, t) = x_1(t) + le_x(t) + w_l(l, t) \quad (6)$$

$$x_p(t) = x_1(t) + le_x(t) + w_l(l, t) + r_p \equiv x_1(t) + L_p(t) \quad (7)$$

となる。ここで、シャフトの先端 ($x=l$) におけるたわみ変位 $y_l(t) \equiv y(l,t), z_l(t) \equiv z(l,t), \mathbf{w}_l(l,t) \equiv [y_l, z_l]^T$ を定義し、シャフト先端部でクラブヘッドに作用する力を \mathbf{F}_p とすると、偏心ペイロードの Newton の運動方程式より

$$\mathbf{F}_p = m_p(\ddot{\mathbf{x}}_p - \mathbf{g}) \quad (8)$$

$$= m_p \{ \ddot{\mathbf{x}}_1 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{L}_p + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{L}_p) + (\ddot{y}_l \mathbf{e}_y + \ddot{z}_l \mathbf{e}_z) - \mathbf{g} \} \quad (9)$$

を得る。次に、ヘッド部とグリップ部の角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ が等しいと仮定すると、偏心ペイロードの Euler の運動方程式

$$\mathbf{J}_p \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}_p \boldsymbol{\omega}) = EI(l) \left(-\frac{\partial^2 z_l}{\partial x^2} \mathbf{e}_y + \frac{\partial^2 y_l}{\partial x^2} \mathbf{e}_z \right) + GJ(l) \frac{\partial \phi_l}{\partial x} \mathbf{e}_x - \mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_p \quad (10)$$

$$= EI(l) (-z_l'' \mathbf{e}_y + y_l'' \mathbf{e}_z) + GJ(l) \phi_l' \mathbf{e}_x - \mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_p \quad (11)$$

$$\equiv \mathbf{M}(l) - \mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_p \quad (12)$$

を得る。ここで、式中の記号 ($'$) は x 方向の空間微分を表す。また、シャフトの位置 x における中心軸方向の向きは \mathbf{e}_x と一致していると仮定し、相対的なねじり角度を ϕ 、シャフト先端でのねじり角を ϕ_l とした。さらに、重力加速度ベクトルを $\mathbf{g} = [0, 0, g]^T$ 、重力加速度を g とした。式(10),(11)の右辺の第1項はたわみによる曲げモーメントを、第2項はシャフトのねじりモーメントを、そして式(12)において $\mathbf{M}(l)$ は、ねじりと曲げの和のモーメント $\mathbf{M}(x)$ の境界条件として示している。

一方、グリップ部の Euler の運動方程式は、クラブヘッド部のダイナミクスから得られたヘッド部に作用する力 \mathbf{F}_p を利用し、

$$\mathbf{J}_g \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}_g \boldsymbol{\omega}) = EI(0) \left(-\frac{\partial^2 z_0}{\partial x^2} \mathbf{e}_y + \frac{\partial^2 y_0}{\partial x^2} \mathbf{e}_z \right) + GJ(0) \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \mathbf{e}_x + \mathbf{L}_p \times \mathbf{F}_p \quad (13)$$

$$= EI(0) (-z_0'' \mathbf{e}_y + y_0'' \mathbf{e}_z) + GJ(0) \phi_0' \mathbf{e}_x + \mathbf{L}_p \times \mathbf{F}_p \quad (14)$$

$$\equiv \mathbf{M}(0) + \mathbf{L}_p \times \mathbf{F}_p \quad (15)$$

を得る。ここで、シャフトの根元 ($x=0$) でのたわみ変位、ねじり角を y_0, z_0, ϕ_0 とした。なお、シャフトの剛性分布 $EI(x)$ は、 y 方向と z 方向の両方向で同じであると仮定した。

3. シャフトのたわみ振動のダイナミクス

ここでは、シャフトのグリップ側に固定された座標系 xyz で、シャフトの y 方向と z 方向のたわみ振動のダイナミクスを考える。一般に、減衰のない梁の剛性によるたわみの振動方程式は

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 \mathbf{w}(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 \mathbf{w}(x,t)}{\partial x^2} \right) = \mathbf{f}(x,t) \quad (16)$$

のように、 y, z の x に関する4階の偏微分方程式になる。ここで、シャフトの密度、断面積を ρ, A とし、 \mathbf{f} は梁に作用する単位長さ当たりの外力である。また、クラブの運動を考慮すると、シャフトのたわみの振動方程式はさらに、

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 \mathbf{w}(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 \mathbf{w}(x,t)}{\partial x^2} \right) = \rho A(x) (\ddot{\mathbf{x}}(x) - \mathbf{g})^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\equiv \rho A(x) \boldsymbol{\zeta}_{yz}(x) \quad (18)$$

となる。ここで、 $\boldsymbol{\zeta}_{yz}(x)$ は、 x の位置の並進加速度と重力加速度の和である。この偏微分方程式(18)は、以下の4つの境界条件を与えることによって、解が得られる。

すなわち、ゴルフクラブの回転軸 \mathbf{x}_1 ($x=0$) での境界条件

$$\mathbf{w}(0,t) = \mathbf{w}'(0,t) = \mathbf{0} \quad (19)$$

と、Newton の運動方程式(8)と各たわみ方向の単位ベクトルとの内積から得られる、クラブの先端 ($x=l$) でのせん断力の境界条件

$$m_p (\ddot{\mathbf{x}}(l) - \mathbf{g})^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} = \mathbf{F}_p^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (EI(l)y_l'')' \\ (EI(l)z_l'')' \end{bmatrix} \quad (20)$$

と、同様に Euler の運動方程式 (11) と各たわみ方向の単位ベクトルとの内積から得られる、 $x=l$ でのモーメントの境界条件

$$\{J_p \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (J_p \boldsymbol{\omega}) + \mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_p\}^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} = EI(l) \begin{bmatrix} -z_l'' \\ y_l'' \end{bmatrix} \quad (21)$$

を、振動方程式を解くための 4 つの境界条件として用いる。

4. シャフトのたわみ推定

シャフトのたわみ振動を支配する梁の運動方程式はたわみに関する 4 階の偏微分方程式 (18) となる。したがって、動的なスイング運動の中でのシャフトのたわみ変形を推定するためには、式 (18) に境界条件 (19)~(21) を与えて解くことになる。ところが、ゴルフスイングのように動的なスイング運動によって与えられるたわみの運動方程式の外力成分 (式 (18) の右辺) は、動的項 (式 (18) の左辺第 1 項) と比べて大きい。このことは、振動の運動方程式が静的な近似式、すなわち、各時刻においてたわみと曲げモーメントの関係を示す梁の平衡方程式に近似できることを意味する。そこで、ここでは静的近似によるシャフトのたわみの推定方法を示す。

4.1 静的たわみ近似

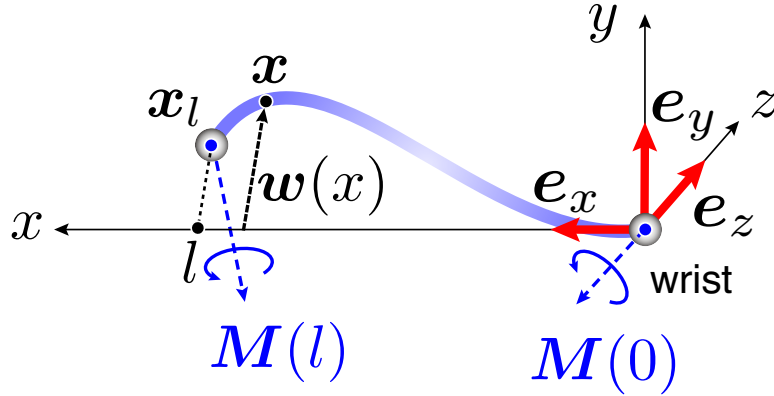


Fig. 2 Coordinates system for deflection of shaft.

式 (18) における左辺の動的項の $|\rho A(x) \dot{\mathbf{w}}|$ 大きさが、単位面積当たりの外力 $|\rho A(x) \boldsymbol{\zeta}_{yz}|$ と比較し十分小さい場合、 $|\dot{\mathbf{w}}| \ll |\boldsymbol{\zeta}_{yz}|$ となり、

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 \mathbf{w}(x,t)}{\partial x^2} \right) \approx \rho A(x) \boldsymbol{\zeta}_{yz}(x) \quad (22)$$

$$= \rho A(x) (\ddot{\mathbf{x}}(x) - \mathbf{g})^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \quad (23)$$

の近似を得て、これを x に関して積分すると、たわみ $\mathbf{w}(x) = [y(x,t), z(x,t)]^T$ に関する 2 階の微分方程式、すなわち、一般に知られる曲げモーメントと曲率の関係を示す平衡方程式

$$EI(x) \frac{d^2 \mathbf{w}(x)}{dx^2} = \begin{bmatrix} M_y(x) \\ M_z(x) \end{bmatrix} \equiv \mathbf{M}_{yz}(x) \quad (24)$$

を得る。ここで、曲げモーメントを $\mathbf{M}_{yz}(x) = M_y(x) \mathbf{e}_y + M_z(x) \mathbf{e}_z$ のように定義した (図 2 参照)。このことは、たわみに関する振動のダイナミクス (16) が、この静的近似により時間発展を含まない幾何学的な問題に帰着されたことを示している。ただしここで、各時刻のたわみ曲線を得るために、たわみの y 方向と z 方向のダイナミクスは互いに影響を与えず独立に決まるとし、境界条件 $\mathbf{w}(0) = \mathbf{w}'(0) = \mathbf{0}$ と曲げモーメント分布 $\mathbf{M}_{yz}(x)$ を与え、微分方程式 (24) の解としてたわみ $\mathbf{w}(x)$ を計算する。

たわみを計算する際に必要なこの曲げモーメント分布 $\mathbf{M}_{yz}(x)$ は、シャフトの両端に集中モーメントが働いたときの静的たわみとして計算する。すなわち、シャフトの先端 $x=l$ に作用する力のモーメント式 (21) から、

$$\mathbf{M}_{yz}(l) = EI(l) \begin{bmatrix} -z_l'' \\ y_l'' \end{bmatrix} = \{ \mathbf{J}_p \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}_p \boldsymbol{\omega}) + \mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_p \}^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \quad (25)$$

のように、シャフト先端での集中モーメント $\mathbf{M}_{yz}(l)$ を定義し、シャフトの根元 $x=0$ に作用する力のモーメント式 (14) から、

$$\mathbf{M}_{yz}(0) = EI(0) \begin{bmatrix} -z_0'' \\ y_0'' \end{bmatrix} = \{ \mathbf{J}_g \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}_g \boldsymbol{\omega}) - \mathbf{L}_p \times \mathbf{F}_p \}^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \quad (26)$$

のように、シャフト根元での集中モーメント $\mathbf{M}_{yz}(0)$ を定義し、シャフトの曲げモーメント分布

$$\mathbf{M}_{yz}(x) = \mathbf{M}_{yz}(0) \frac{l-x}{l} + \mathbf{M}_{yz}(l) \frac{x}{l} \quad (27)$$

を定めた。

なお、実際のゴルフスイングにおいては、曲げモーメント式 (25),(26) における各動的項 $(\mathbf{J}_g \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}_g \boldsymbol{\omega}), \mathbf{J}_p \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}_p \boldsymbol{\omega}))$ の大きさは各力のモーメント $(\mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_p, \mathbf{L}_p \times \mathbf{F}_p)$ と比べて小さく、

$$\mathbf{M}_{yz}(l) = (\mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_p)^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\mathbf{M}_{yz}(0) = (-\mathbf{L}_p \times \mathbf{F}_p)^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{bmatrix} \quad (29)$$

と近似可能である。

5. シャフトの曲げ剛性

シャフトのたわみを推定する際に必要となる剛性分布 $EI(x)$ を計測する。実験で使用するゴルフクラブのシャフトの剛性分布の推定にはシャフト剛性測定器 (ジオテック社製) を用いた。以下に、計測の概要について述べる (図3 参照)。シャフトは2点 $x_0 - \Delta x$, $x_0 + \Delta x$ で支持され、その中点 x_0 に集中荷重 $P(x_0)$ を与える両端支持梁と考える。ただし、 y 方向のたわみ変位は図3の右端 $x_0 + \Delta x$ で与え、そのときの x_0 における集中荷重 $P(x_0)$ を力センサーで計測する。たわみ変位は $\Delta y(x_0) = y(x_0) - y(x_0 + \Delta x)$ によって与えられる。このとき、曲げモーメントと曲率の関係式

$$M(x) = EI(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (30)$$

に境界条件 $y(x_0 - \Delta x) = y(x_0) = 0$ と $x = x_0 + \Delta x$ でのたわみ変位 $\Delta y(x_0)$, 曲げモーメント分布 $M(x)$

$$M(x) = \begin{cases} P(x)((x_0 + \Delta x) - x) & (\text{if } x > x_0) \\ P(x)(x - (x_0 + \Delta x)) & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (31)$$

を与えて、 $EI(x)$ を求める。ここで、 x_0 付近での曲げ剛性は平均して一定であると仮定している。実験では、荷重と支持点の間隔 Δx を 150 mm とし、50 mm 間隔で曲げ剛性を計測した。また、強制たわみの大きさ $\Delta y(x_0)$ は 1,2,3 mm の3種類を与えた。

この実験から推定した曲げ剛性分布 (点) と、滑らかに接続した直線と二次関数で関数近似した剛性分布 (破線) を図4示す。図中の x 軸の原点はを示している。使用したクラブは、スイング実験でも用いた CFRP 製シャフトのドライバーで、シャフトの長さ l はグリップエンドから 1.131m, 総重量 0.325kg, シャフトの硬さ Regular である。推定された曲げ剛性分布は y 方向でも、 z 方向でも同一とした。また、測定した結果はこれまで報告された実験結果ともおおよそ一致している⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

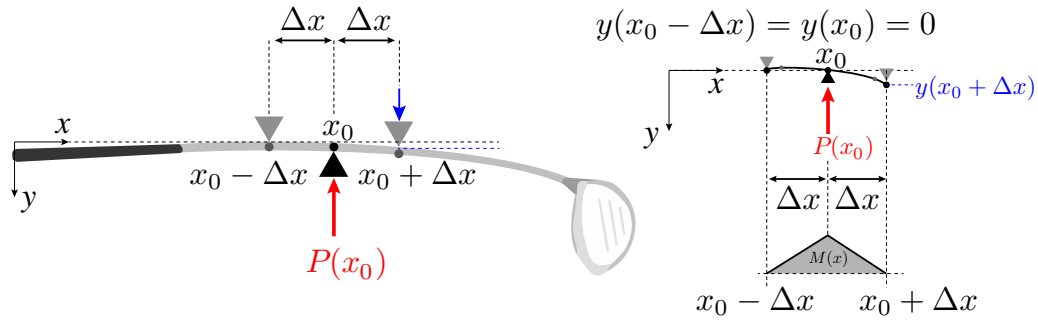


Fig. 3 Measurement system for bending stiffness of golf shaft.

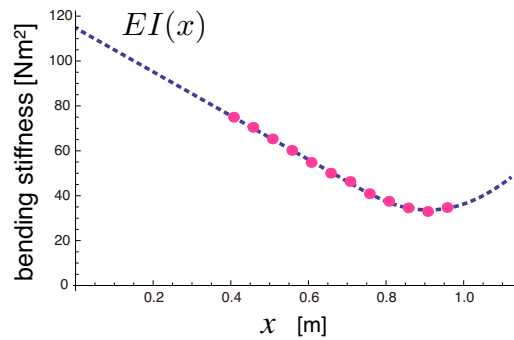


Fig. 4 Estimated bending stiffness $EI(x)$ of shaft.

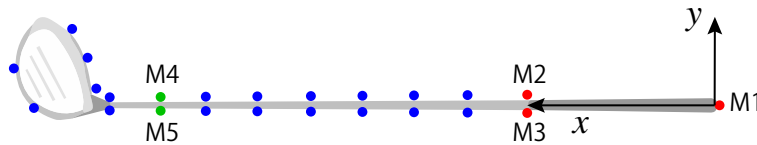


Fig. 5 Marker sets for measuring club shaft deflection and inverse dynamics problem.

6. スイング実験

6.1 実験方法

ドライバーを用いたゴルフスイング実験を行った。図5に示すように、クラブの各箇所にもーカーを装着し、たわみを含めたクラブの運動をモーションキャプチャ (Vicon MX シリーズ) を使用し 500Hz で計測した。シャフトの各位置は2つのマーカーの midpoint から算出した。また、M1 と M2, M3 の midpoint を結ぶ軸を x 軸とした。実験では、男子2名の被験者のスイング運動を計測した。なお、以後代表的な男子1名の被験者のダウンスイング開始 (クラブヘッドの運動の向きが変わる) 時刻 $t_s = -0.3$ sec からインパクト $t_i = 0.0$ sec までのデータを示す。

6.2 静的たわみ近似の検証

静的たわみ近似 (23) が成り立つため、 $|\dot{\mathbf{w}}| \ll |\boldsymbol{\zeta}_{yz}|$ となる必要がある。図6に、マーカー M4, M5 によって計測された位置の加速度 $\boldsymbol{\zeta}_{yz}$ の各方向成分 ($\mathbf{e}_y^T(\ddot{\mathbf{x}} - \mathbf{g})$, $\mathbf{e}_z^T(\ddot{\mathbf{x}} - \mathbf{g})$) と、たわみの振動の加速度 $\dot{\mathbf{w}} = [\ddot{y}, \ddot{z}]^T$ を比較した。シャフトの他のマーカーの位置についても、グリップエンドからの距離に比例して、同様な結果が得られる。以上の結果から、ゴルフスイング中のシャフトの横振動のダイナミクスにおいては、インパクト直前の z 方向の振動が大きいことを除いて、外力項がおおよそ支配的で静的たわみ近似の条件を満たしている。

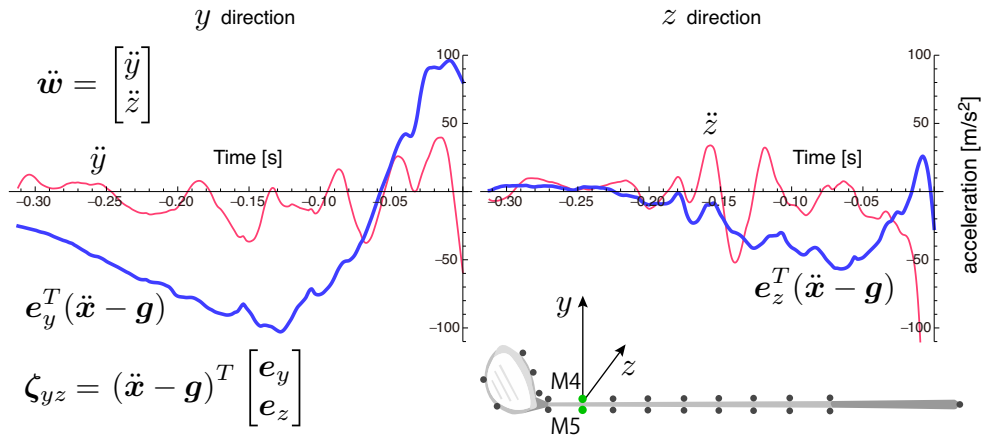


Fig. 6 Comparison of acceleration \ddot{w} and \ddot{x} at marker 4 and 5 in y and z directions.

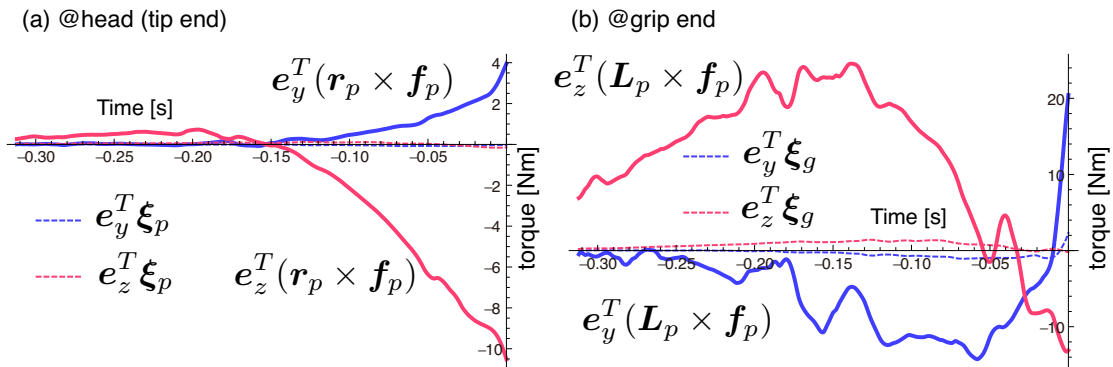


Fig. 7 Comparison of moment of force. (a) moment of force acting at tip end of shaft. (b) moment of force acting at grip end of shaft.

式(28)の近似が成立するためには、動的項 ($\xi_p \equiv J_p \dot{\omega} + \omega \times (J_p \omega)$, $\xi_g \equiv J_g \dot{\omega} + \omega \times (J_g \omega)$) の大きさが、力のモーメント ($r_p \times F_p$, $L_p \times F_p$) よりも小さいことが条件となる。図7にこれらの比較を行い、y, z両方向の力のモーメントに対して各動的項が十分小さく近似が成立し、シャフト両端での集中モーメントがヘッド重心に作用する力に対する各力のモーメントとほぼ等しいことが示された。

6.3 たわみの推定精度の検証

ゴルフクラブのシャフトの剛性が高い場合、シャフトのたわみの推定は、剛性分布 $EI(x)$ と、式(28), (29)によって与えられるシャフト両端での集中モーメントによって決定され、特に図7に示したシャフトの両端に作用する力のモーメント ($r_p \times F_p$, $L_p \times F_p$) によって決定されている。この方法によって推定したシャフトのたわみ変位と実際のたわみ変位の比較を、スイングの切り返し運動開始 (-0.3 s) からインパクト直前 (0 s) まで0.025 s 間隔で図8に示した。座標系はグリップエンドを $x=0$ としたクラブに固定された座標系を用いている。ただしここでは、シャフトの根元側の $x_g=0.1$ m での境界条件を $w(x_g) = w'(x_g) = 0$ として計算している。y方向はクラブのフェース面に沿った方向を示し、スイング前半は、クラブの運動が形成するスイング面に沿った方向と一致しており、インパクト直前に方向を変えている。インパクト直前のyの負の方向にたわんでいる現象を、一般にトゥダウンと呼ばれている。このモデルの予測はトゥダウンをよく示しているが、これはクラブの角速度増大ともないクラブヘッドに大きな向心力が作用し、ヘッドがシャフトの中心軸から偏心しているために大きな曲げモーメントがシャフト先端で生じるために起こる現象である。

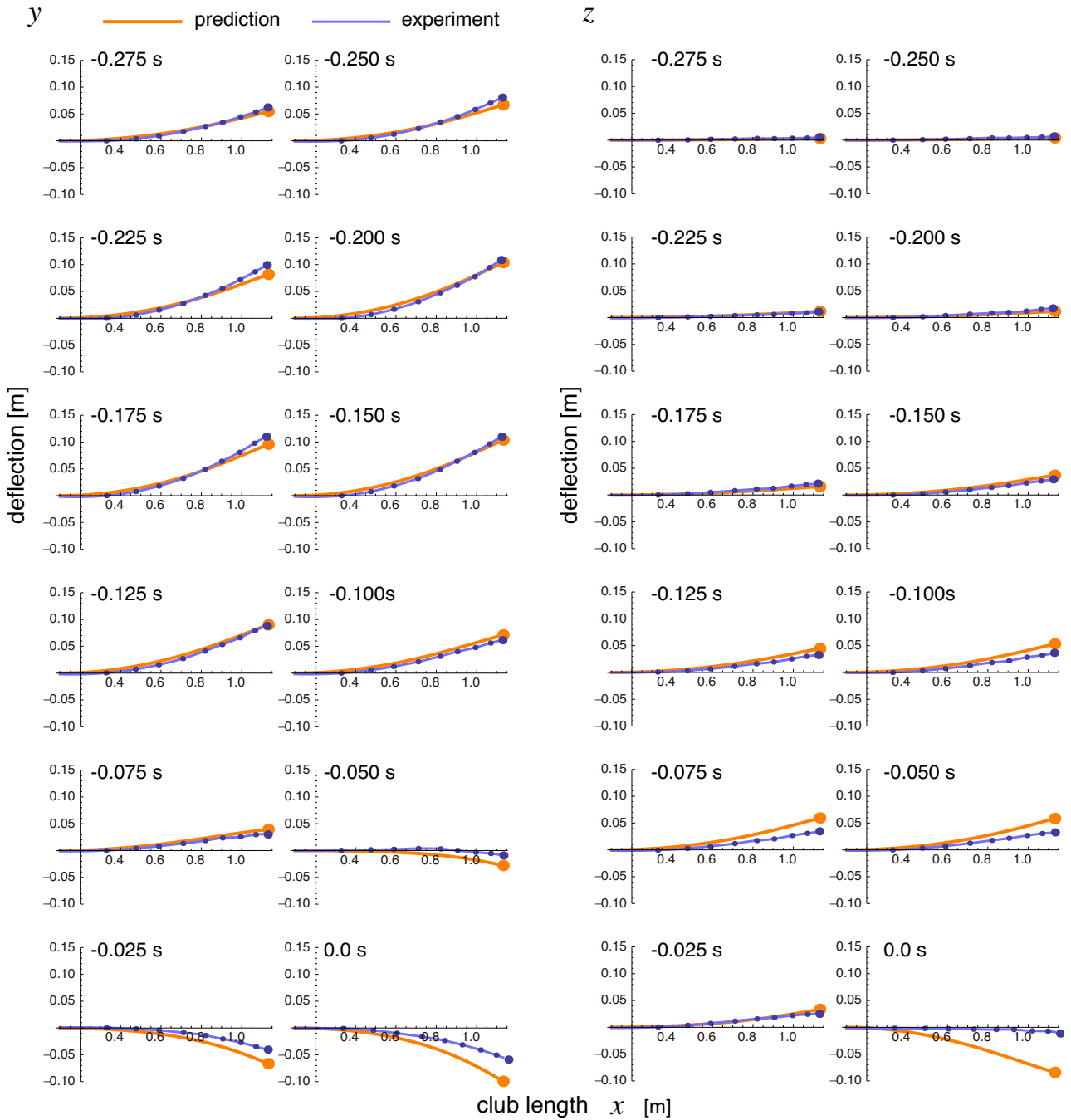


Fig. 8 Shaft deflection in y and z direction.

7. 考 察

ゴルフクラブのシャフトの剛性分布は中心軸に沿って変化し、中心軸に対して垂直な断面方向には均一な剛性を持つ片持ち梁と見なすことができ、そのたわみを予測するためには梁の横振動の運動方程式を解くのが一般的である。ところが、シャフトのグリップ側では手部から加わる外力による曲げモーメントが作用し、ヘッド側でも偏心した位置に重心のあるペイロードがスイング中の向心力によって曲げモーメントが発生し、スイング運動中のシャフトには大きな弾性力が作用していると見なすことができる。このとき、シャフトの振動成分は弾性力と比べて小さく、シャフトのたわみを支配するダイナミクスは、4階の偏微分方程式から、曲げモーメントとたわみの曲率を記述する2階の微分方程式へと近似され、時間発展の項が消え単に幾何学的な問題へと簡略化された。

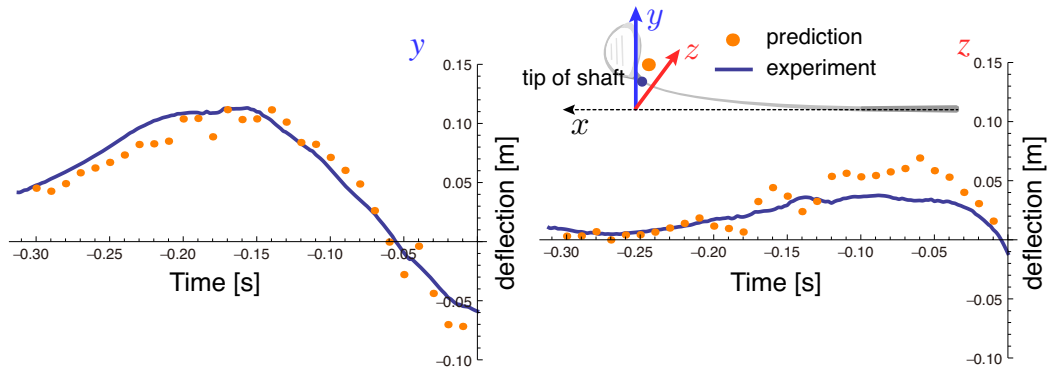


Fig. 9 Comparison of deflection at tip end of shaft.

実験結果から、静的たわみ近似によって推定したシャフト先端の位置でのたわみを、マーカーによって計測した実際のたわみと比較すると、最大約 40mm の誤差が生じた。これは近似による誤差以外に、グリップ部近くにクラブの回転中心（関節）が存在するがその位置は一定せず、しかも厳密にはシャフト上に回転中心が存在するとは限らないため、誤差が生じていると考えられる。図 9 にシャフト先端の位置の実際のたわみ変位 $\mathbf{w} = [y, z]^T$ を実線で、静的たわみ近似によるその予測値を点で示した。最大 0.1 m ほどのたわみが y 方向で生じているが、長さ $l=1.131\text{m}$ のシャフトからすると、大きなたわみ変化とも言え、精度向上のために有限変形や x, y, z 軸間の関係をモデルに考慮することが課題としてあげられる。

シャフトのたわみは最終的に、ヘッドに作用する力 \mathbf{F}_p が作る力のモーメント $\mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_p$, $\mathbf{L}_p \times \mathbf{F}_p$ が、シャフトの両端に集中モーメントによって支配される。また、この力 \mathbf{F}_p は式 (9) によって拘束され、腕やクラブの運動によって決定されることが分かる。例えば、トゥダウンという現象はインパクト直前にヘッドが y の負の方向にたわむ現象で、これはクラブに作用する向心力とヘッドがシャフトの中心軸から偏心しているためにシャフト先端で生じる。このように、静的たわみ近似モデルを用いることによって、シャフトのたわみの物理的意味が明確になり、個人のスイングパターンに応じたシャフトの剛性分布の設計指針などが立てやすくなる。例えば、インパクト時にクラブのフェース面が適切な方向を向くことによって、インパクト後のボールの軌道の正確性が大きく決定される。このことを考えると、大きな曲げモーメントを与えたり、トゥダウンに影響を与えるクラブの角速度の大きいゴルファーは、高い剛性分布を持つクラブを選択しないと、インパクト時に大きくシャフトがたわみ、このことがアドレス時と異なるフェース面の方向を向くことになり、正確性が減少すると考えられる。したがって、適切な剛性分布はこのような考え方によって設計することが可能となる。

8. お わ り に

ゴルフスイング中のクラブのシャフトのたわみを支配するダイナミクスは、曲げモーメントと曲率の関係を示す 2 階の微分方程式に近似された。これは時間発展を含まない静的な近似である。ここで用いたモデルでは、3次元空間をクラブが 6 自由度で自由に動くことと、シャフトの中心軸に対して垂直な y, z の 2 方向のたわみを考慮している。このことにより、スイング面内のたわみばかりでなく、トゥダウン現象のようなそれと直交する面内でのたわみについても予測することが可能となった。本研究では、解析を行わなかったが、同様にねじりモーメントを考慮することによって、シャフト軸周りのねじれ角についても予測することが可能となる。また、有限要素法などによってクラブの挙動を定量的に予測することができるが、本研究で議論した静的たわみ近似によってたわみのダイナミクスの物理的意味を理解することによって、クラブの設計指針がより明確になり、ヒトのダイナミクスとクラブのダイナミクスの融合などの議論が可能となる。本研究の応用として、慣性センサを利用して曲げモーメント分布を推定できることから⁽⁶⁾、スイング中のシャフトの両端の集中モーメントを慣性センサで推定し、さらにそれを利用して推定されたたわみ量からのヘッドの位置・姿勢予測の推定精度が向上することが期待される。

文 献

- (1) 岩壺卓三, 小西暢樹, 山口哲男. ゴルフクラブの最適設計に関する研究. 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 56, No. 529, pp. 2386–2392, (1990)
- (2) A.M. Brylawski. An investigation of three dimensional deformation of a golf club during downswing. *Science and Golf II: Proceedings of the 2nd World Scientific Congress of Golf*, (1994)
- (3) 鈴木聡一郎, 猪岡光. ゴルフクラブ特性に適応するゴルフスイングロボットに関する考察. 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 64, No. 623, pp. 2341–2347, (1998)
- (4) 佐藤文宣, 蘆田浩規, 鳴尾丈司. スイング中のゴルフクラブシャフトのしなりに関する考察. 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 65, No. 630, pp. 572–579, (1999)
- (5) 亀岡紘一, 松本紀生, 小松源一. ゴルフシャフトのたわみ特性および曲げ剛性の測定装置試作. 計測自動制御学会論文集, Vol. 31, No. 4, pp. 411–416, (1995)
- (6) 太田憲, 仰木裕嗣, 澁谷和宏. ゴルフスイングにおける内力を利用したエネルギー伝達. 日本機械学会スポーツアンドヒューマンダイナミクス 2012 講演論文集, pp. 293–298, (2012)