

## ゴルフスイングの動力学 (スイングの加速パターンとリリースポイント)

井上 喜雄<sup>\*1</sup>, 李志偉<sup>\*2</sup>, 芝田京子<sup>\*3</sup>, 児玉俊太<sup>\*2</sup>, 廣江綾斗<sup>\*2</sup>, 渡邊誠<sup>\*4</sup>

### Dynamics of Golf Swing (Acceleration Pattern and Release Point)

Yoshio INOUE<sup>\*1</sup>, Zhiwei LI, Kyoko SHIBATA, Shunta KODAMA  
Ayato HIROE and Makoto WATANABE

<sup>\*1</sup> Kochi University of Technology, School of Systems Engineering  
MIyanokuchi 185, Tosayamada-cho Kami, Kochi, 782-8502 Japan

We aim to clarify the mechanism of the wrist turn in a golf swing and the effect of the acceleration pattern of the down swing on the release point. First, the mathematical model of the golf swing is assumed to be a 2-dimensional double pendulum. By applying Lagrange's equation to this system, we derive the equations of motion of the golf swing.

We consider that the wrist turn begins naturally under the centrifugal force of the swing and angular velocity of the arm at the release point is very important parameters from the view point of increasing head speed. When the angular velocity of the arm and the centrifugal force which applies to the club head become sufficiently large compared to the angular acceleration and tangential inertial force, the wrist of the player begins to turn naturally without driving torque being applied to the wrist.

We derive simple theoretical equations which express when and where the wrist begins to turn and effect of acceleration pattern on release point. From the derived equation, it can be seen that the acceleration pattern has large effect on the release point and velocity of swing, and ratio of club length to arm length and the cock angle are also important parameters.

**Key Words** : Golf Swing, Wrist turn, Acceleration pattern

## 1. 緒 言

一般的にアマチュアプレーヤー向けのゴルフの指導書多くは、著者の経験に基づいた解説が記述されていることが多く、力学的に現象をとりあげたものは少ない。ゴルフスイングの力学的な検討は、これまで多くの研究者により検討されてきており、Jorgensen の研究は、本としても出版され日本語にも翻訳された結果<sup>(1)</sup>多くの読者に読まれた。Jorgensen は、ゴルフスイングを腕とクラブを剛体の2リンク (2重振子) にモデル化し、数値シミュレーションにより検討しているが、剛体2リンクでもスイングの本質的な部分は表現できることを示すとともに、ヘッドスピードを大きくするには、腕を回転させるトルクの寄与度が大きく、リストによるトルクの影響は比較的小さいことを示した。筆者も、ゴルフスイングの動力学をとりあげ、剛体2リンクモデルを用いた理論解析によるリストターン開始位置の理論式の導出<sup>(2)</sup>およびパラメータの影響<sup>(3)</sup>、リストターン開始後のスイングやエネルギーの移動に関する数値シミュレーション<sup>(4)</sup>、重力の影響を無視した場合の現象を支配する重要な無次元パラメータの提案や相似則<sup>(7)</sup>、スイングのしやすさの検討<sup>(5)</sup>、リストトルクの影響<sup>(7)</sup>、弾性マルチボディダイナミクスに

<sup>\*1</sup> 名誉員, フェロー, 高知工科大学システム工学群 (〒782-8502 高知県香美市土佐山田町 185)

<sup>\*2</sup> 高知工科大学大学院

<sup>\*2</sup> 正員, 高知工科大学システム工学群

<sup>\*2</sup> 学生員, 高知工科大学大学院

<sup>\*2</sup> 高知工科大学システム工学群

E-mail: inoue.yoshio@kochi-tech.ac.jp

よる数値シミュレーションによるクラブの弾性のスイングへの影響<sup>(8)</sup>などについて検討した。そのなかで、アンコック開始位置の理論の導出では、重力の影響を除けばアンコックはスイングの回転加速度によるクラブを閉じようとする力に回転速度による遠心力によりクラブを開こうとする力が打ち勝つまで回転速度が上昇した時点で始まることを示し、非常に簡単な陽な形の開始条件式を導出した。またアンコック後の剛体リンクのシミュレーションでは、リストターンが始まれば腕は自身で減速させなくてもリストターンの反力で減速し、それまで腕に蓄えられていた運動エネルギーが、インパクト近傍ではほとんどクラブヘッドに移動し、結果的にヘッドスピードの速度が増していることを示し、ゴルフスイングは非常にエネルギー効率の優れた運動になっていることを明らかにした。また、これらの一連の研究を通して、ゴルフスイングを理解するには、クラブと腕の相互作用が重要な枠割を果たしていることや、平面の剛体2リンクのような簡単なモデルでもゴルフスイングについて経験的に言われている多くのことが説明できることも示した。エネルギーという観点からスイングをとらえる必要性は、Nesbit<sup>(9)</sup>や太田も述べている。太田はリンク機構で表現できる運動におけるエネルギーの移動を普遍的に導出する方法を示すとともに、ゴルフスイング以外の多くのスポーツにもエネルギー移動の考え方を適用しており<sup>(10)</sup>、Nesbitは3次元モデル<sup>(11)</sup>などで詳細な検討を行っている。

これらの一連の研究からもリストターン開始までに系の多くの運動エネルギーを蓄えることがヘッドスピードを高める上で重要であることがうかがえることから、本研究ではダウンスイングのパターンなどがリストターンにどのように影響するかを検討する。既報のリストターン開始位置の理論式<sup>(3)</sup>は、腕に相当するリンクに加えるトルクが一定であるとして導出しているのので、本研究では、それをさらに発展させ、腕の加速トルクのパターンなどがリストターン開始位置にどのように影響するかを明らかにすることを目的とする。まず、2重振子モデルで運動方程式を導出してリストターン開始のメカニズムを明らかにし、次に、リストターン開始（リリースポイント、アンコック開始）の詳細な条件式を導出する。その条件式と運動方程式を用いて、加速パターンがリストターン開始のタイミングや、その腕の角速度などに、どのように影響するかについて示す。

## 2. スイングのモデル化とリストターンの考え方

既報<sup>(3)</sup>で示したように、スイングの基本的なモデル化は、平面の2リンク系である程度は表現可能であると考えられる。クラブの弾性のスイングに与える影響を検討する場合には、クラブは弾性リンクでモデル化するか、剛体リンクに回転ばねを付加した簡易的なモデル化などが必要であるが、ここでは、できるだけ単純化して基本的現象をとらえることを目的としているので、図1のような腕とクラブを表す2つの剛体リンクからなるモデルを考え、図2のような鉛直面から $\phi$ 傾いたスイング平面での2次元運動であると仮定する。

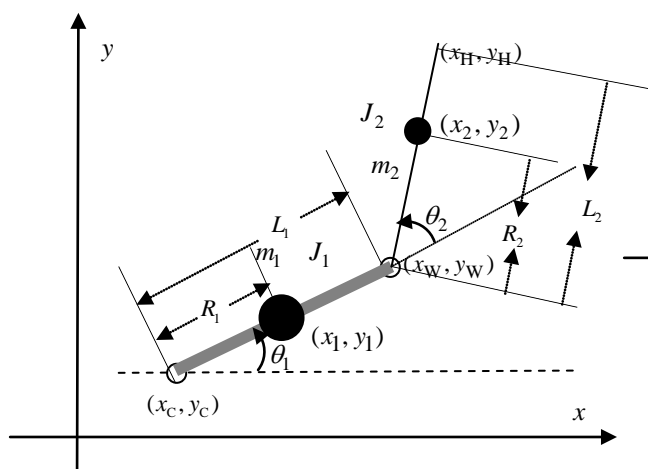


Fig.1 Mathematical model of golf swing in the swing plane

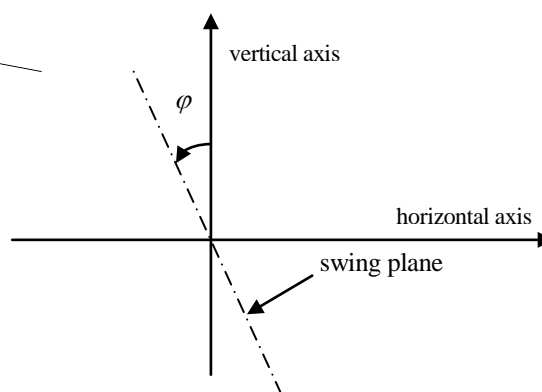


Fig.2 Swing plane

2つのリンクはピン結合で結合されており，結合部であるリスト部には図3のようなばね定数が無限大で片側しか効かない非線形ばねが存在すると仮定する．すなわち，結合部はダウンスイング開始時に設定されたコック角よりも内側には変形しないとし，内向きのトルクが加わっている場合には，2つの剛体は剛結されて1リンクとなり，結合部を開こうとする外向きトルク加わった場合には，それを拘束する内力は発生せず，回転はフリーのピンジョイントで結合された剛体の2リンク系となりリストターンが進むと考える．したがって，リストターンが行われるかどうかは，回転ばねに内向きの内力が発生しているかどうかで判定できる．

図1で  $m_1$ ， $J_1$  は腕の質量と重心の慣性モーメント， $m_2$ ， $J_2$  はクラブの質量と重心の慣性モーメントとする．各点の座標は，スイング平面上で定義された2次元直交座標系で考え， $(x_1, y_1)$ ， $(x_2, y_2)$ ， $(x_w, y_w)$ ， $(x_H, y_H)$  は，それぞれ，腕とクラブの重心，リスト，クラブヘッドの位置をスイング平面で定義した座標で， $(x_C, y_C)$  は回転中心である肩の座標を示す．

### 3. スイングの計算法

スイングの計算は，リスト部のトルク反力が内向きである状態は剛体1リンク，外向きに移行しようとするタイミングで剛体2リンクに切り替える．回転中心の移動は考慮するが，それらは既知量とする．以下，2つの場合に分け，それぞれラグランジュの方法を用いて説明する．

#### 3-1 運動方程式の導出

図1より，腕の重心位置の位置座標は

$$x_1 = x_C + R_1 \cos \theta_1 \quad (1)$$

$$y_1 = y_C + R_1 \sin \theta_1 \quad (2)$$

クラブ重心の位置座標は

$$x_2 = x_C + L_1 \cos \theta_1 + R_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (5)$$

$$y_2 = y_C + L_1 \sin \theta_1 + R_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (6)$$

となる．運動エネルギー  $T$ ，ポテンシャルエネルギー  $U$  は

$$\begin{aligned} 2T &= m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + J_1\dot{\theta}_1^2 + m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + J_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ &= m_1\{(\dot{x}_C - \dot{\theta}_1 R_1 \sin \theta_1)^2 + (\dot{y}_C + \dot{\theta}_1 R_1 \cos \theta_1)^2\} + J_1\dot{\theta}_1^2 + J_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ &\quad + m_2\{[\dot{x}_C - L_1\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - R_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)]^2 + [\dot{y}_C + L_1\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + R_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2)]^2\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$2U = 2(m_1 g y_1 + m_2 g y_2) \cos \varphi \quad (6)$$

となり，簡単のため  $g_\varphi = g \cos \varphi$  を導入すれば，ポテンシャルエネルギーは以下のように記述できる．

$$2U = 2g_\varphi(m_1 y_1 + m_2 y_2) \quad (7)$$

ラグランジュの方法を適用すれば，2リンク系の場合には，運動方程式として

$$\begin{aligned} (g_\varphi + \ddot{y}_C)(L_1 m_2 \cos \theta_1 + R_1 m_1 \cos \theta_1 + R_2 m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) - 2L_1 R_2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 - L_1 m_2 R_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 \\ + (J_1 + J_2 + L_1^2 m_2 + R_1^2 m_1 + R_2^2 m_2 + 2L_1 R_2 m_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 + (J_2 + R_2^2 m_2 + L_1 R_2 m_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_2 \\ - \ddot{x}_C \{L_1 m_2 \sin \theta_1 + R_1 m_1 \sin \theta_1 + R_2 m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)\} = Q_1 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} (g_\varphi + \ddot{y}_C) R_2 m_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_1 R_2 m_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 + (J_2 + R_2^2 m_2 + L_1 R_2 m_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 + (J_2 + R_2^2 m_2) \ddot{\theta}_2 \\ - \ddot{x}_C R_2 m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) = Q_2 \end{aligned} \quad (9)$$

なる連立微分方程式が得られる．

1リンク系の場合には、 $\theta_2 = -\alpha$  で一定値をとるので、式(14) に $\theta_2 = -\alpha$  を適用すれば、 $\theta_1$  に関する微分方程式が次式のように導ける。

$$\{J_1 + J_2 + (R_2^2 + L_1^2)m_2 + R_1^2m_1 + 2L_1R_2m_2 \cos \alpha\} \ddot{\theta}_1 + (g_\phi + \ddot{y}_c)\{R_2m_2 \cos(\alpha - \theta_1) + (L_1m_2 + R_1m_1) \cos \theta_1\} - \{(L_1m_2 + R_1m_1) \sin \theta_1 + R_2m_2 \sin(\theta_1 - \alpha)\} \ddot{x}_c = Q_1 \quad (10)$$

### 3・3 アンコック開始の条件式

アンコック開始、すなわち1リンク系から2リンク系への切り替えのタイミングは、リスト部に働くモーメント  $M$  がリストを閉じる側から開く側に移行する瞬間、すなわち  $M = 0$  となる瞬間である。1リンク系の微分方程式(10)を解いて  $\theta_1$ 、 $\dot{\theta}_1$ 、 $\ddot{\theta}_1$  が得られれば、その結果から  $m_2$ 、 $J_2$  で発生する慣性力によるモーメント、重力によるモーメントを計算し、それを加算すれば、リンク1からリストに加わるモーメント  $M$  が次式のように計算できる。

$$M = (m_2RR_2 \sin \beta) \dot{\theta}_1^2 - (m_2RR_2 \cos \beta) \ddot{\theta}_1 + J_2 \ddot{\theta}_1 - m_2g_\phi R_2 \cos(\theta_1 - \alpha) + m_2\ddot{x}_c R_2 \sin(\theta_1 - \alpha) - m_2\ddot{y}_c R_2 \cos(\theta_1 - \alpha) \quad (11)$$

なお、 $R$ 、 $\beta$  は、図3に示している。したがって、リストターン開始時の  $\theta_1$ 、 $\dot{\theta}_1$ 、 $\ddot{\theta}_1$  を  $\theta_{1w}$ 、 $\dot{\theta}_{1w}$ 、 $\ddot{\theta}_{1w}$  とすれば、次式がリストターン開始の条件式となる。

$$M = (m_2RR_2 \sin \beta) \dot{\theta}_{1w}^2 - (m_2RR_2 \cos \beta) \ddot{\theta}_{1w} + J_2 \ddot{\theta}_{1w} - m_2g_\phi R_2 \cos(\theta_1 - \alpha) + m_2\ddot{x}_c R_2 \sin(\theta_{1w} - \alpha) - m_2\ddot{y}_c R_2 \cos(\theta_{1w} - \alpha) = 0 \quad (12)$$

したがって、アンコック開始の条件式を用いて、1リンク系から2リンク系の運動方程式に切り換え時期を判定し、運動方程式を連続的に解けばスイング全体の時間変化が計算できる。ヘッドスピードを増加させるには、アンコック開始を遅らせ、アンコックまでのダウンスイングで系全体の運動エネルギーを大きくしておくことが重要であることを考慮すれば、ゴルフスイングのレベルを上げるという観点では、まず、アンコック開始までの過程を物理的に理解し、各種のパラメータがアンコック開始のタイミングやその時の角速度、角加速度などどのように影響するかを明らかにするかが重要となる。

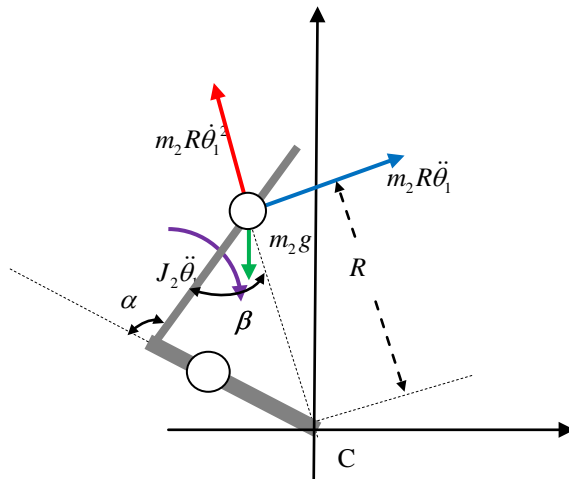


Fig.3 Applied inertial force to the club at the down swing

リストに加わるモーメントを表す式(12)の各項の物理的意味を参照しながら説明する。 $\alpha$ 、 $\beta$  は、図に示す角度で、 $\alpha$  はコック角を  $\chi$  とすれば、 $\pi - \chi$  である。

この状態で、回転中心  $C$  が移動すれば、 $C$  を固定とした場合比べて  $m_2$  の加速度が  $\ddot{x}_c$ 、 $\ddot{y}_c$  だけ増加しその分慣性力も増加する。それらによるモーメントが第5、6項に相当する。これらのモーメントがどちらの方向に加わる

かは回転中心の加速度と姿勢の変化によりきまる。第1～4項は、Cを中心とした回転運動により発生するモーメントであり、第1項は $m_2$ に加わる遠心力成分によるモーメントで $\ddot{\theta}_1^2$ に比例しリストを開く方向に働き、第2項は $m_2$ に加わる接線方向の慣性力によるモーメント、3項は慣性モーメントの角加速度によるモーメントで、いずれも $\dot{\theta}_1$ に比例し、 $\dot{\theta}_1$ が正であるとすればリストを閉じる方向に働く。第4項は重力によるモーメントで $\cos(\theta_1 - \alpha)$ が含まれているので、ダウンスイング当初は閉じる方向に加わるが、スイングが進むにつれ減少していき、ある姿勢を境に開く方向に転じる。

ここで、一般的に回転中心の動きは小さい場合が多いことから、第5、6項は以降の検討では省略する。

残りの項を整理し、 $\ddot{\theta}_1^2$ に比例してリストを開こうとする第1項の $M_o$ と、角加速度 $\ddot{\theta}_1$ に比例しリストを閉じようとする第2項および第3項の和の $M_s$ と重力による項に分けて考えれば、 $M_s$ 、 $M_o$ は

$$M_s = -m_2 R \ddot{\theta}_1 R_2 \cos \beta - J_2 \ddot{\theta}_1 = -(m_2 R R_2 \cos \beta + J_2) \ddot{\theta}_1 \quad (13)$$

$$M_o = (m_2 R R_2 \sin \beta) \dot{\theta}_1^2 \quad (14)$$

で与えられ、ジョイント部に働く全モーメントを $M$ とし、 $J_2 = m_2 R_j^2$ 、 $r_j = R_j / R_2$ を導入すれば

$$M = M_s + M_o + M_g = m_2 \{ \{ R R_2 \sin \beta \} \dot{\theta}_1^2 - (R R_2 \cos \beta + r_j^2 R_2^2) \ddot{\theta}_1 - g_\phi R_2 \cos(\theta_1 - \alpha) \} \quad (15)$$

となる。

ダウンスイング直後は $\dot{\theta}_1$ は小さいので開こうとするモーメント $M_o$ が小さく、 $|M_s| \gg M_o$ であるので $M < 0$ となり図2の回転ばね特性によりジョイント部は固定となり、2つのリンクは一体1自由度系として動くが、ダウンスイングが進み $\dot{\theta}_1$ が大きくなってくれば、重力項の影響はあるが、おおまかな傾向としては、速度の2乗が含まれる $M_o$ は急激に大きくなり $|M_s|$ と同程度の大きさになればリスト部を閉じるモーメント $M$ が0となってそれ以降はリストが開き出すことになる。

アンコック開始時の角加速度、角速度、角変位を $\ddot{\theta}_{1w}$ 、 $\dot{\theta}_{1w}$ 、 $\theta_{1w}$ とすれば

$$\frac{\dot{\theta}_{1w}^2}{\ddot{\theta}_{1w}} = \frac{R \cos \beta + r_j^2 R_2}{R \sin \beta} + \frac{g_\phi \cos(\theta_{1w} - \alpha)}{\dot{\theta}_{1w} R \sin \beta} = \phi + \frac{g_\phi \cos(\theta_{1w} - \alpha)}{\dot{\theta}_{1w} R \sin \beta} \quad (16)$$

がアンコック開始の条件式となる。無次元数 $\phi$ は、寸法や角度のみの関数であり

$$\phi = (1 + \sigma r_j^2) \cot \beta = \frac{(1 + \sigma r_j^2)(\gamma + \cos \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha + (1 + r_j^2)\gamma}{\sin \alpha} \quad (17)$$

となる。ここで $\sigma$ は次式で示す無次元数である。

$$\sigma = \frac{\gamma}{\gamma + \cos \alpha} \quad (18)$$

式(16)は比較的簡単な式ではあるが、直観的理解を助けるために、さらなる簡単化を考えてみる。natural releaseと見なせるスイングを行っているプレーヤーのリリースポイントでの $\theta_{1w} - \alpha$ が比較的 $\pi/2$ に近いと仮定すれば、 $M_g$ は他のモーメントと比べて小さくなること、また遠心力と比べれば重量は小さいので、式(16)右辺の第2項を無視すれば式(16)は

$$\frac{\dot{\theta}_{1w}^2}{\ddot{\theta}_{1w}} = \phi = (1 + \sigma r_j^2) \cot \beta = \frac{(1 + \sigma r_j^2)(\gamma + \cos \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha + (1 + r_j^2)\gamma}{\sin \alpha} \quad (19)$$

となり、重力の影響を考えなければ、リストターン開始の条件式が、角速度と角加速度と $\phi$ の関係のみで得られることがわかる。

式(16)および(19)の右辺にある $\phi$ は定数なので、角加速度と角速度との関係のみで、リストターン開始位置が決まる。すなわち、重量項を無視すれば、無次元の定数 $\phi$ を構成する各パラメータの値とスイングの加速パターンによりリストターン開始のタイミングが決まることになる。

また、リストターン開始時の角速度 $\dot{\theta}_1$ は、上式を変形することにより

$$\dot{\theta}_{1w} = \sqrt{\phi \ddot{\theta}_{1w}} \quad (20)$$

と表現できることから、リストターン開始時の角速度 $\dot{\theta}_{1w}$ は、定数 $\phi$ とその時の角加速度 $\ddot{\theta}_{1w}$ により決まることがわかる。したがって、定数 $\phi$ が与えられた場合に角速度 $\dot{\theta}_{1w}$ を大きくするには、リストターン開始時、すなわちリリースポイントの角加速度 $\ddot{\theta}_{1w}$ が大きいスイングをすることが効果的であることがわかる。

### 3・4 加速パターンのリストターンへの影響の検討

本節では、ダウンスイングの加速パターンがどのようにリストターンに影響するかを検討する。

運動方程式(10)から、回転中心の移動に関連する第3, 4項を省略すれば、運動方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \{J_1 + J_2 + (R_2^2 + 2L_1R_2 \cos \alpha + L_1^2)m_2 + R_1^2m_1\}\ddot{\theta}_1 &= J_c \ddot{\theta}_1 \\ &= Q_1 - g_\phi [m_1R_1 \cos \theta_1 + m_2\{R_2 \cos(\alpha - \theta_1) + L_1 \cos \theta_1\}] = Q_1 + Q_g \end{aligned} \quad (21)$$

なお、上式で $J_c$ は点Cまわりの系全体の慣性モーメントである。右辺は腕に加わるトルク $Q_1$ と重力によるトルク $Q_2$ の和であるが上式のようにそれらをまとめて外力トルク $Q'_1$ とおけば角加速度 $\ddot{\theta}_1$ は

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{Q_1 + Q_g}{m_1R_1^2 + m_2\{L_1^2 + R_2^2 + 2L_1R_2 \cos \alpha\} + J_1 + J_2} = \frac{Q'_1}{J_c} \quad (22)$$

のように外力トルクパターン $Q'_1$ に比例する形で表現できる。角加速度 $\ddot{\theta}_1$ が得られれば、角速度 $\dot{\theta}_1$ 、角変位 $\theta_1$ は、積分により簡単に計算できる。

次に、トルクパターンがリストターンにどのように影響するかを調べる。腕への入力トルク $Q_1$ のパターンを与えて $\ddot{\theta}_1$ を求めるのであれば、 $Q_g$ が $\theta_1$ の関数であるので、微分方程式を解く必要があるが、 $Q_g$ も含めた外力トルク $Q'_1$ のパターンを与えるのであれば、式(22)は単純な割り算となり、加速度 $\ddot{\theta}_1$ のパターンは、 $Q'_1$ のパターンに比例することになる。以下では外力パターンまたは加速パターンを与え、それがリリースポイントにどのように影響するかを検討する。

重力の影響を無視した条件式である式(19)を用いる場合には、リストターン開始時の角速度 $\dot{\theta}_{1w}$ が最大になるようなスイングパターンが $\dot{\theta}_{1w}$ を最大にすることになるが、以下では、具体的な関数形で表現できるいくつかのパターンについて検討する。

まず、標準的な場合として、次式のように外力入力トルクが一定値 $Q_0$ である場合について考える。

$$Q'_1(t) = Q_0 \quad (23)$$

$a$ を定数とすれば

$$\ddot{\theta}_1 = Q_0 / J_c = a \quad (24)$$

$$\dot{\theta}_1 = at \quad (25)$$

$$\theta_1 - \theta_{10} = \frac{1}{2}at^2 \quad (26)$$

となる。式(24)~(26)を式(16)に代入して $t$ に関する非線形方程式を解けばリストターン開始時刻 $t_w$ が得られるが、見通しがつきにくいので、以下では、重力項 $M_g$ の影響は小さいとして省略した式(19)を用いて検討する。

式(24), (25)を式(16)に代入すれば

$$t_w = \sqrt{\phi/a} \quad (27)$$

が得られ、それを式(26)に代入すれば、図4に示すダウンスイング開始位置からのリスタート開始までの角変位 $\delta$ は次式のように $\phi$ の非常に簡単な関数となる。

$$\delta = \theta_{1w} - \theta_{10} = \frac{\phi}{2} \quad (28)$$

また、式(20)または(25)より

$$\dot{\theta}_{1w} = \sqrt{\phi\ddot{\theta}_{1w}} = \sqrt{\phi a} \quad (29)$$

となる、

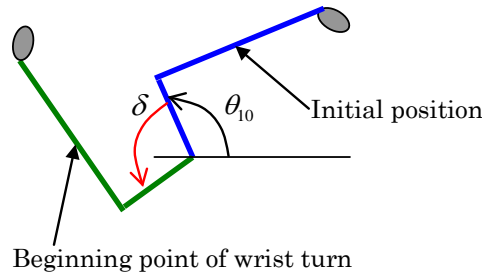


Fig.4 Initial position and release point

次に、 $\ddot{\theta}_1$  が次式のように $t$ の $n$ 次関数の場合について検討する、

$$\ddot{\theta}_1 = a \left( 1 + \sum_{i=1}^n \zeta_i t^i \right) \quad (30)$$

角速度、角変位は

$$\dot{\theta}_1 = a \left( t + \sum_{i=1}^n \frac{\zeta_i}{i+1} t^{i+1} \right) \quad (31)$$

$$\delta = \theta_1 - \theta_{10} = a \left( \frac{t^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{\zeta_i}{(i+1)(i+2)} t^{i+2} \right) \quad (32)$$

となる。重力項を考慮するのであれば、式(30)~(32)を式(16)に代入して $t_w$ に関する非線形方程式を解き、正の実数解の最小のものを選択すればよい。重力項を無視する場合は、式(30)、(31)を式(19)に代入して $t_w$ に関する $2(n+1)$ 次方程式

$$\phi \left( 1 + \sum_{i=1}^n \zeta_i t^i \right) = a \left( t + \sum_{i=1}^n \frac{\zeta_i}{i+1} t^{i+1} \right)^2 \quad (33)$$

を解き、正の実数解の最小のものを選択すればよい。いずれの場合も得られた $t_w$ を式(30)~(32)に代入すれば、 $\ddot{\theta}_{1w}$ 、 $\dot{\theta}_{1w}$ 、 $\delta$ が得られる。

次に、上述の方法を用いて、平均加速度 $a_v$ が与えられた場合に加速パターンが $t_w$ 、 $\ddot{\theta}_{1w}$ 、 $\dot{\theta}_{1w}$ 、 $\delta$ にどのように影響するかを見通しがつきやすい重力項を無視した場合で検討する。

まず、関数を構成する $a$ 、 $\zeta_i$ の初期値として $a_0$ 、 $\zeta_{i0}$ を与えて上述の方法で計算した結果を $t_{w0}$ 、 $\ddot{\theta}_{1w0}$ 、 $\dot{\theta}_{1w0}$ 、 $\delta_0$ とすれば、それに対する平均加速度 $a_{v0}$ は

$$a_{v0} = \frac{\dot{\theta}_{1w0}}{t_{w0}} \quad (34)$$

となる．ここで，

$$\rho = \frac{a_v}{a_{v0}} \quad (35)$$

と定義すれば， $\zeta_i$ を次式

$$\zeta_{i0} t_{w0}^i = \zeta_i t_w^i = \zeta_i (t_{w0} / \rho^{1/2})^i \quad (36)$$

が成り立つように定義すれば，すなわち

$$\zeta_i = \rho^{i/2} \zeta_{i0} \quad (37)$$

とすれば，平均加速度が $a_v$ で，初期値と同形（スイング軌跡同一で， $\lambda = \ddot{\theta}_w / a_v = \ddot{\theta}_{1w0} / a_{v0}$ ）の加速パターンが得られ，

$$t_w = t_{w0} / \rho^{1/2} \quad (38)$$

$$\ddot{\theta}_w = \rho \ddot{\theta}_{1w0} \quad (39)$$

$$\dot{\theta}_w = \rho^{1/2} \dot{\theta}_{1w0} \quad (40)$$

$$\delta = \delta_0 \quad (41)$$

によりリストターン開始にかかわる諸量が得られる．

以上のような変換で計算が可能なのは，以下のような時間軸の正規化という考え方<sup>(4),(6)</sup>により理解できる．重力の影響を考慮していない場合には

$$\tau = a^{1/2} t \quad (42)$$

で表現される $\tau$ を時間軸として採用すれば， $Q_1$ あるいは $a$ の大きさに依存しない運動方程式が得られる<sup>(4),(6)</sup>ことを利用する． $\tau$ に対応する角加速度を $\ddot{\theta}'$ ，角加度を $\dot{\theta}'$ とすれば

$$\dot{\theta}'_1 = a^{-1/2} \dot{\theta}_1 \quad (43)$$

$$\ddot{\theta}'_1 = a^{-1} \ddot{\theta}_1 \quad (44)$$

となる．したがって，初期加速度は

$$\ddot{\theta}'_1(0) = a' = 1 \quad (45)$$

となり，加速度パターンは，

$$\ddot{\theta}'_1 = 1 + \sum_{i=1}^n \zeta'_i \tau^i \quad (46)$$

のように無次元で定義できる． $\tau$ を用いても，条件式(19)が成立することは容易に確認できるので，式(33)のかわりに

$$\phi \left( 1 + \sum_{i=1}^n \zeta'_i \tau^i \right) = \left( \tau + \sum_{i=1}^n \frac{\zeta'_i}{i+1} \tau^{i+1} \right)^2 \quad (47)$$

のような $a$ に依存しない $\tau_w$ に関する $2(n+1)$ 次方程式が得られる．したがって，このような正規化を行えば，リストターンに対する加速パターンの影響を加速度の大きさによらずに議論できることがわかる．



加速パターンが具体的にどのようにリリースポイントに影響するかの例として図5のような加速度が時間の1次関数である場合、すなわち

$$\ddot{\theta}_1 = a(1 + \zeta t) \quad (48)$$

の場合について考える。  $a_v$  が与えられた場合には、式(33)または式(47)を解き、前述の手順によりリリースポイントに関する諸量を計算することができるが、下図示すような極端な場合については、上述のような計算を行わなくても  $\ddot{\theta}_{1w}$  および  $\dot{\theta}_{1w}$  を求めることができる。ここでは、以下に示すその結果により加速パターンのリストターン開始におよぼす影響の傾向を調べることにとどめ、式(47)の計算結果については、紙面の都合上講演発表の時に示す。

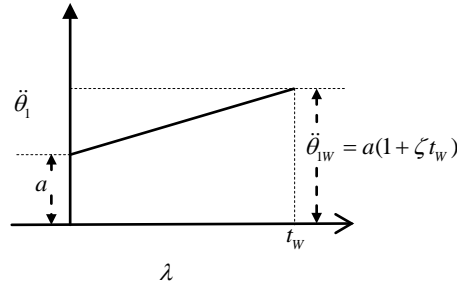


Fig.5 Example of acceleration pattern ( $\ddot{\theta}_1 = a(1 + \zeta t)$ )

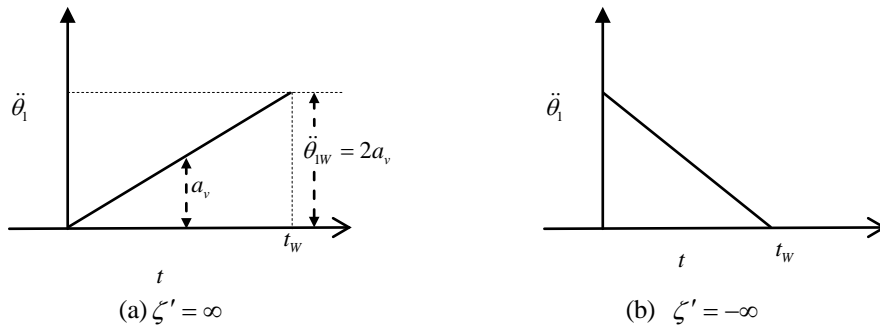


Fig.6 Extreme examples of acceleration pattern

図6(a),(b)に2つの極端な加速パターンを示している。図(a)は、式(47)では、 $\zeta' = \infty$  の場合に相当し、図より  $\lambda = 2$  であることは計算しなくても明らかである。したがって  $\ddot{\theta}_{1w} = 2a_v$  となり角加速度は基準値（加速度一定）の2倍で、角速度  $\dot{\theta}_{1w}$  は基準値の  $\sqrt{2}$  倍、運動エネルギーは2倍、 $\delta$  は平均加速度によらずに  $4/3$  倍となり、図5のような加速パターンのなかでは最大となる。一方、図(b)の場合は、式(47)では、 $\zeta' = -\infty$  の場合に相当し、図より  $\lambda = 0$  であることは明らかである。この場合には、現実的にはあり得ないが  $\ddot{\theta}_{1w}$ 、 $\dot{\theta}_{1w}$ 、 $\delta$  ともに0となり最小のケースとなる。このような極端な場合以外は、式(33)または(47)を解く必要があるが、 $\zeta'$  が正で大きくなっていけば、 $\ddot{\theta}_{1w}$ 、 $\dot{\theta}_{1w}$ 、 $\delta$  のすべてが大きくなり、逆に  $\zeta'$  がゼロから負の値の方に進めば、 $\ddot{\theta}_{1w}$ 、 $\dot{\theta}_{1w}$ 、 $\delta$  が小さくなっていくことがわかる。

また、加速パターンとして計算の前に仮定する  $\zeta'$ 、すなわち計算前から既知である  $\zeta'$  を用いて表現する場合には、上術のような極端な例以外では前述の計算プロセスによる計算が必要であるが、本来は計算することにより初めて得られる  $\lambda$  と平均加速度  $a_v$  によりスイングパターンを表現するとすれば

$$\ddot{\theta}_{1w} = \lambda a_v \quad (49)$$

$$\dot{\theta}_{1w} = \sqrt{\lambda \phi a_v} \quad (50)$$

となり、単純に  $\lambda$  を大きくすれば、 $\dot{\theta}_{1w}$  が大きくなることがわかる。ただし、 $\delta$  や  $t_w$  については、前述の計算が必要である。したがって、計測結果からスイングの診断をするような場合であれば、このような考え方を採用してもよいのではないと思われる。

以上のような検討結果は、指導書などで、よく、ダウンスイングをゆっくり開始することが **late hitting** に結びつきヘッドスピードも増加すると書かれていることの力学的な説明になると考えられる。また、初心者にありがちなリストターンが非常に早く開始してしまう現象は、力は入りすぎて最初に大きいトルクで加速してしまい、その後トルクおよび加速度が減少していることが関連しているのではないかと考えられる。

以上のように、関数形が与えられた場合にその関数を表すパラメータがリストターン開始にどのように影響するかについて検討したが、どの関数形の場合でも、加速パターンの平均加速度がプレーヤの基礎能力であると仮定するならば、 $\lambda$  を最大にする加速パターン、すなわちリストターン開始までのダウンスイングの最後を大きくする加速パターンが  $\dot{\theta}_w$  を最大にすることになるので、 $\lambda$  はヘッドスピードを上昇させるという観点からは非常に重要なパラメータであるといえる。

## 5 結言

ゴルフスイングに関して、2次元剛体2リンクでモデル化し、アンコック開始までは1リンク系として運動すると考え、運動方程式を導出し、アンコック開始のメカニズムを明らかにするとともに、アンコックは、おもにスイングの回転加速度によるクラブを閉じようとするモーメントに、回転速度による遠心力によりクラブを開こうとするモーメントが打ち勝つまで回転速度が上昇した時点でリストトルクなしでも自然に始まることを示し、その開始条件式や開始時の諸量を求める計算式を導出した。それらの諸量に対して、ダウンスイング開始からリストターン開始までの加速パターンが大きく影響することを示すとともに、その計算法ならびにパターンが諸量に対してどのように影響するかを明らかにした。

なお、本研究は、日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究(A) (課題番号:23246041) の補助を受けた。記して謝意を表す。

## 文献

- 1) Jorgensen ,T.P. ,生駒監訳、ゴルフを科学する、丸善、1996.
- 2) 井上喜雄, ゴルフスイングの動力学に関する一考察, 日本機械学会, D&D97, No.97-10-2, 1997, pp.18-22.
- 3) 井上喜雄, 河田耕一, ゴルフスイングの動力学に関する一考察 (パラメータのリストターンへの影響), 日本機械学会講演論文集, No.985-1, 1998, pp.7-8.
- 4) 井上喜雄, 河田耕一, 廣岡栄子, ゴルフスイングの動力学に関する一考察(トルク入力の場合のリストターン), 日本機械学会, D&D98, No.98-8I, Vol.B, 1998, pp.9-12.
- 5) 井上喜雄, 河田耕一, ゴルフスイングの動力学に関する一考察 (スイングしやすさの予備検討), 日本機械学会, SHD1998, No.98-31, 1998, pp.13-17.
- 6) Inoue, Y., and Kai, Y., Study on Dynamics of the Golf Swing and the Mechanism of the Wrist Turn”, The Engineering of Sports 4, Blackwell Publishing, 2002, pp.680-687.
- 7) C.C.Chen, Y. Inoue and K. Shibata, Numerical Study on the wrist action during the golf downswing, Sports Engineering 2007, pp.23-31.
- 8) 井上喜雄 他, ゴルフスイングの動力学に関する一考察(シャフト剛性と振りやすさ), 日本機械学会, SHD1999, No.99-41, 1999, pp.34-38.
- 9) S.M.Nesbit and M.Serano, Work and Power Analysis of the Golf Swing, Joranal of Sports Science and Medicine(2005)4, pp.520-533.
- 10) H.Oazaki, K.Ohta, T.Jinji, Multi-body Power analysis of kicking motion based on a double pendulum, Procedia Engineering: Engineering of Sports Conference2012, PP.218-223.
- 11) S.M.Nesbit, A Three Dimentional Kinematic and Kinetic Study of the Golf Swing, Journal of Sports Science and Medicine (2005)4, 499-519.