

カーリング・ストーンの運動とカールのメカニズム (2) (カール比・スウィーピング・ペブル密度)

前野 紀一^{*1}

Motion and Curl Mechanisms of a Curling Stone (2) (Curl Ratio, Sweeping and Pebble Density)

Norikazu MAENO^{*1}

^{*1} Professor Emeritus of Hokkaido University
Hanakawa Minami 7-2-133, Ishikari, Hokkaido 061-3207 Japan

The motion of a curling stone is controlled by the frictional interaction between its running band and pebbles on the ice sheet. In this paper more detailed results of computations of path trajectory, curl ratio, and effects of sweeping, pebble density and the level of ice sheets are reported. Curl ratio is a convenient quantity to specify definitely the direction of a stone to move at a given translational and angular velocities. It increases with the decreasing translational velocity and increasing angular velocity. Sweeping can be reasonably explained as warming of ice surface. The increase in the number density of pebbles leads to the decrease in the pressure acting on pebbles, resulting in the increase in the ice friction coefficient and curl ratio. Trajectories at various inclined ice sheets are computed and discussed.

Key Words : Curling Stone, Ice Friction, Curl Ratio, Sweeping, Pebbles, Level of Ice Sheet

1. 結 言

カーリング・ストーンの運動に関して前報⁽¹⁾ではスポーツ科学としての未解決問題、特にストーンの運動メカニズムとカールについて述べた。本稿では、前報で提案したストーンの運動方程式と外力を整理して紹介し、その結果をもとに、ストーンの運動軌跡、カール比、スウィーピング、ペブル数密度、アイスシートの傾斜、等に関する数値計算を進め、その結果について議論する。

2. カーリング・ストーンの運動方程式と外力

カーリング競技が行われる氷(アイスシート)の表面には、ペブル(Pebble)と呼ばれる多数の細かな氷の突起が並んでいる。ペブルは、氷面を滑らかに仕上げた後、氷面に微小な水滴をスプレーし凍結させてつくる。大きさはおよそ高さ1~2 mm, 直径3~10 mmで、数密度は1平方センチあたりおよそ2~5個、つまり $(2\sim 5)\times 10^4$ m²である。ストーンは質量約20 kgの花崗岩で、底面は真中が凹んだ皿状になっており、氷と接するのは細い帯状のランニング・バンド(Running band)である。このように氷面とストーン底面は特殊な形状をしているため、ペブル先端に働く力は大きく、氷の降伏応力あるいは破壊強度に達する。このためストーンが通過すると、ペブル先端では、滑らかな「摩擦」だけでなく、破壊や変形による「摩耗」が起こる。摩耗によるペブルの破壊と変形はゲーム中にアイスシートを質的に変化させるだけでなく、生成した氷層はすぐ後ろの後部ランニング・バンドの氷摩擦を増加させる原因となる。

これまでストーンの運動に関する理論計算は、ストーンに働く外力の見積もりが困難なため行われていなかったが、前野^{(1),(2),(3)}は各ペブルによる摩擦力を理論的に見積もり、ストーンの運動の数値計算を行った。ストーンの動きは、力学的には平らな氷面に拘束された自由度3の剛体の運動とみなすことができるから、その質量中心

^{*1} 非会員, 北海道大学名誉教授 (〒061-3207 北海道石狩市花川南 7-2-133)
E-mail: maenony@ybb.ne.jp

の動きは次の3式で完全に記述される.

$$m dV_x/dt = F_x, \quad (1)$$

$$m dV_y/dt = F_y, \quad (2)$$

$$I d\omega/dt = r \times F \quad (3)$$

ここで m , I , r はストーンの質量, 慣性モーメントおよび半径, $V(V_x, V_y)$ は並進速度, ω は角速度, $F(F_x, F_y)$ は外力である. カーリング競技が行われる速度範囲 (通常 5 m/s 以下) では空気抵抗は小さく, ストーンに作用する外力はペブルによる摩擦力のみと考えてよい. ペブルの数密度や配列はカーリング場によって異なるが, ランニング・バンドとの接触の様子はおよそ図1のようになっていると仮定する. すなわち, ある瞬間ランニング・バンドに接するペブルの総数を J とすると, それらは角度間隔 $\delta (=2\pi/J)$ で並んでいると仮定する. そうすると各ペブルによる摩擦力の総和(F)の x, y 成分は次のようになる.

$$F_x = \sum_{q=1}^J F_{qx} = \sum_{q=1}^J \mu_q f \sin \gamma, \quad (4)$$

$$F_y = -\sum_{q=1}^J F_{qy} = -\sum_{q=1}^J \mu_q f \cos \gamma \quad (5)$$

ここで, μ_q は q 番目ペブルにおける氷摩擦係数 (その点でのストーンと氷の相対速度は U_q), f は個々のペブルに働く垂直力, γ は U_q と y 軸のなす角である. 氷摩擦係数 (μ) は速度, 温度, 圧力の関数として次の式(6)あるいは式(7)で表される^{(1), (2), (3)}.

$$\mu = \mu_0 U^{-1/2} \quad (6)$$

あるいは

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{-1/4} \left(\frac{T_m - T}{T_0} \right) \left(\frac{U}{U_0} \right)^{-1/2} \quad (7)$$

ここで, μ_0 , μ_0 , P_0 , T_0 および U_0 は定数, T_m は氷の融解温度 (273.16 K), また P と T はそれぞれ圧力および温度である. 一定の温度および圧力の場合は式(6)でよいが, 温度や圧力が変わる場合は式(7)を使わなければならない. 後述するスウィーピングやペブル数密度の効果がその例である. 式(7)中の定数は, 便宜上 $P_0 = 0.1$ MPa, $T_0 = 5$ K および $U_0 = 1$ m/s と置く. そうすると, μ_0 は $P = 0.1$ MPa, $T = 268$ K (-5°C) および $U = 1$ m/s の時の氷摩擦係数を意味する.

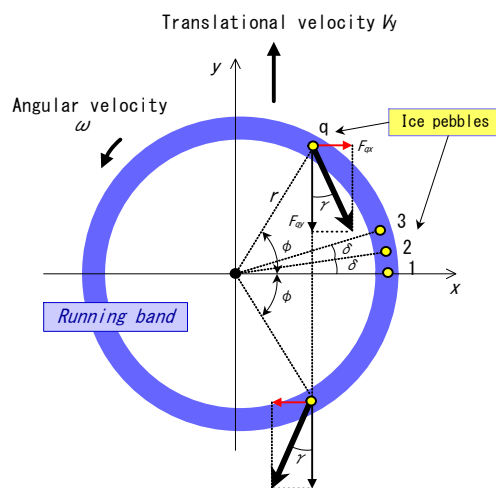


Fig.1 Running band and ice pebbles

Friction forces at the q -th pebble and those at the symmetric point are shown.

3. ストーンの運動軌跡とカール比

式(4)および式(5)のように外力が与えられるならば、ストーンは完全に計算することができる。しかし、式(4)を単純に計算すると $F_x=0$ となり、ストーンは曲がらない(カールしない)ことになる。ランニング・バンド前部と後部の摩擦力 F_{qx} が、値は等しく逆向きのため相殺する結果である(図1参照)。しかし実際のストーンはカールする。この矛盾を解決するために、前野^{(1),(2),(3)}は最も単純な可能性の一つとして、ランニング・バンドの後部摩擦係数(μ_q^R)が前部摩擦係数(μ_q^F)より摩擦増加率(Friction magnification factor) A だけ大きいと仮定した。つまり $\mu_q^R=A\mu_q^F$ ($A \geq 1$)。また、その物理メカニズムとして「蒸発・摩耗モデル」を提案した。

通常のストーンの動きは $A=5 \sim 20$ の値で表現できる。図2は $A=10$ とした時のストーンの運動軌跡である。ストーンの初速度は 2.0 m/s 、回転の向きは時計方向 ($\omega < 0$)、角速度は $\omega = -0.1 \text{ rad/s} \sim -3.0 \text{ rad/s}$ である。

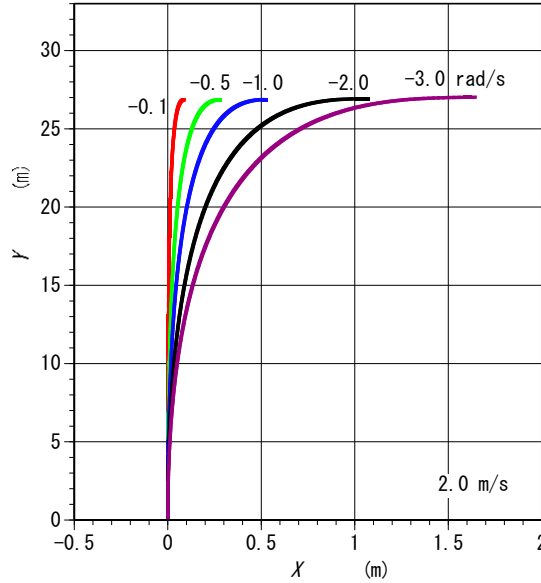


Fig.2 Trajectories at different angular velocities.

Number density of ice pebbles $5 \times 10^4 \text{ m}^{-2}$, ice friction coefficient $\mu = 0.00156 U^{-1/2}$, and $A = 10$.

Initial translational velocity 2.0 m/s .

図2において、角速度が大きいほどカール距離が大きいことは明白である。しかし、実際のカーリング場で目視からこのことを確認するのは極めて難しい。観測者によって軌跡のどの部分を見るかは違ふし、数 cm の違いを目視で区別するのは難しく、また、各軌跡の初期方向が必ずしも同じではないためである。カーリング関係者や選手達に聞き取りをしてみても、カール距離に対する評価は多分に感覚的かつ定性的である。その結果、カールしやすいアイスシートやストーン、あるいはカール距離と回転の関係について、様々な感想や思い込みが伝えられているのが現状である。

カールの度合いを厳密に表現する量として前野^{(1),(2),(3)}は「カール比 (Curl ratio)」を提案した。カール比(C)は $C = \Delta X / \Delta Y$ と定義される。 ΔX と ΔY は短い時間 Δt の間に進むカール距離および並進距離である。つまり、 C は一定の並進速度および角速度におけるストーンの進む方向を示す。ストーンは運動方程式および作用する摩擦力が与えられている場合、カール比は、式(4)と式(5)から

$$C = \left(\frac{F_x \Delta t}{2m} \right) / \left(V + \frac{F_y \Delta t}{2m} \right) = \frac{m F_x}{2 F_y^2} \left(-V \pm \sqrt{V^2 + \frac{2 F_y L}{m}} \right)^2 / L \quad (8)$$

と書き表される。ここで、 L は Δt の間に進む並進距離、すなわち

$$L = \left(V + \frac{F_y \Delta t}{2m} \right) \Delta t \quad (9)$$

である。式(8)において、 L あるいは Δt を決めれば、任意の並進速度と角速度におけるカール比が決まる。実際のカール距離と比較して利用することを考えれば、時間 Δt よりも距離 L を指定するのが、より実用的であるし、より直感的に理解しやすいと考えられる。なお、前報⁽¹⁾の式(12)には誤りがある。上の式(8)に修正して読んで頂きたい。

図 3(a),(b)は、 $L=0.5$ m とした場合のカール比の計算結果である。この場合のカール比は、ストーンが 0.5m 進むとどれだけカールするかを示す。計算では、氷摩擦係数 $\mu = 0.007U^{-1/2}$ 、ペブル数密度 $n = 5 \times 10^4 \text{ m}^{-2}$ 、摩擦増加率 $A=10$ と置いた。図から明らかなように、カール比は並進速度および角速度の違いで大きく変わる。並進速度が一定ならばカール比は角速度が大きいほど大きく、角速度が一定ならば並進速度小さいほど大きい。例えば、角速度が 0.5 rad/s のとき、並進速度が 3 m/s, 2 m/s, 1 m/s と減少すると、カール比は 3.46×10^{-5} , 1.46×10^{-4} , 2.0×10^{-3} と増加する。ストーンが停止直前に大きくカールするようになるのはこのためである。

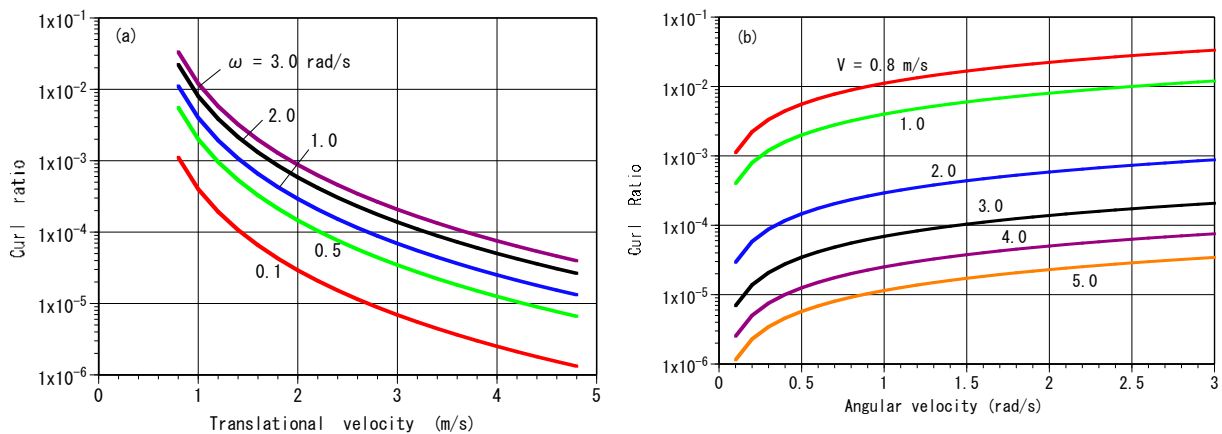


Fig.3 Curl ratio versus translational velocity (a) and angular velocity (b)
Number density of pebbles $5 \times 10^4 \text{ m}^{-2}$, ice friction coefficient $\mu = 0.007 U^{-1/2}$, $A = 10$ and $L = 0.5$ m.

実際のアイスシートにおけるカール比の測定が榊前川製作所技術研究所メンバーによって行われた^{(4), (5)}。測定は、ストーンの動きを 2 台の CCD カメラで真上から 0.17 sec 毎に撮影し、画像解析によって、ストーンの重心位置と回転角をそれぞれ 1.7 mm および 0.0082 rad (0.47°) の誤差範囲で求めた。図 4 は解析結果の一例である⁽⁵⁾。ただし、この解析では並進距離 L を指定していないので、図に示したカール比は L が数 cm から数 m までの平均的な値である。並進速度の減少とともにカール比が増加するのがはっきり示されている。しかし、角速度に対する依存性はあまり明白ではない。 L を指定したより詳細な解析は現在進められており、その結果は本シンポジウムにおいて報告される予定である⁽⁶⁾。

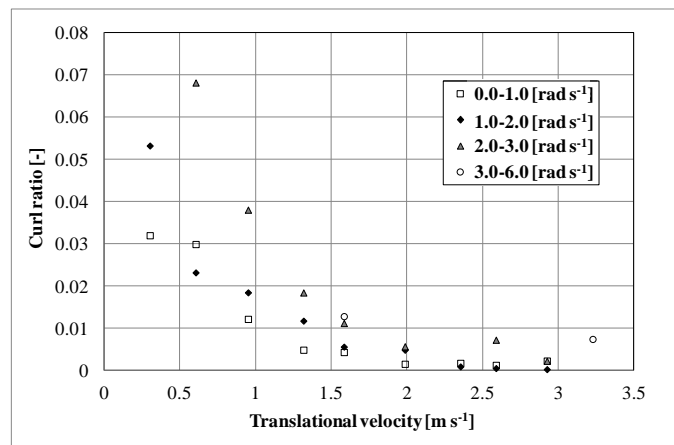


Fig.4 Average curl ratio measured by Nittono *et al.*⁽⁵⁾
Analyses were made without specifying the distance of L .

4. スウィーピング

ストーン直前の氷面をブラシでこするスウィーピング (Sweeping) は、本来は、前面のゴミや異物を取り除くのが目的であったと考えられるが、急速往復運動による摩擦熱はペブル表面を暖める。その結果、氷の摩擦係数は式(7)に従って減少するから、通常、スウィーピングは、並進距離を伸ばすことと、カールを抑制するための重要なテクニックと考えられている。実際のアイスシートにおけるスウィーピングによる温度上昇の測定報告は見当たらないが、実験室でのスウィーピング実験では氷の表面直下 2 mm における温度が 0.8°C 上昇したという報告がある⁽⁷⁾。

図 5 は、スウィーピングの効果を表面温度の上昇と考えると計算したストーンの運動軌跡 (図 5(a)) とカール比および氷摩擦係数 (図 5(b)) である。Sweeping-1, Sweeping-2, Sweeping-3 は、No-sweeping より氷面がそれぞれ 0.5, 1.0 および 1.5°C だけ高温を意味する。それぞれはカーリング選手がブラシを氷面に当てる時の圧力、速度、回数による違いの結果である。

図 5(a)においてスウィーピングの効果は明白である。並進速度 2.0 m/s, 角速度 1.5 rad/s という同じ条件でデリバリーされたストーンが3種類のスウィーピングによってまったく異なる軌跡を示している。例えば 20 m の地点で比べると、スウィーピングをしなかった場合、カール距離は 0.251 m であるが、スウィーピングによって 0.182 m (sweeping-1), 0.140 m (sweeping-2), 0.109 m (sweeping-3) と減少し、より真っ直ぐに進んでいる。

この結果をもっと物理的に理解するためには、各瞬間におけるカール比および氷摩擦係数がスウィーピングによってどのように変化するかを見る必要がある。当然のことであるが、氷摩擦係数の値は No-sweeping, Sweeping-1, Sweeping-2, Sweeping-3 の順に小さくなっている (図 5(b))。同様に、カール比の値もスウィーピングの激しさに伴って小さくなっている。つまり、よりカールしにくくなっている。

以上の結果を踏まえると、スウィーピングというテクニックは、その激しさの度合いに応じて No sweeping から Sweeping-1, Sweeping-2, そして Sweeping-3 へと摩擦係数の μ 曲線およびカール比の C 曲線を乗り換える操作と理解することができる。

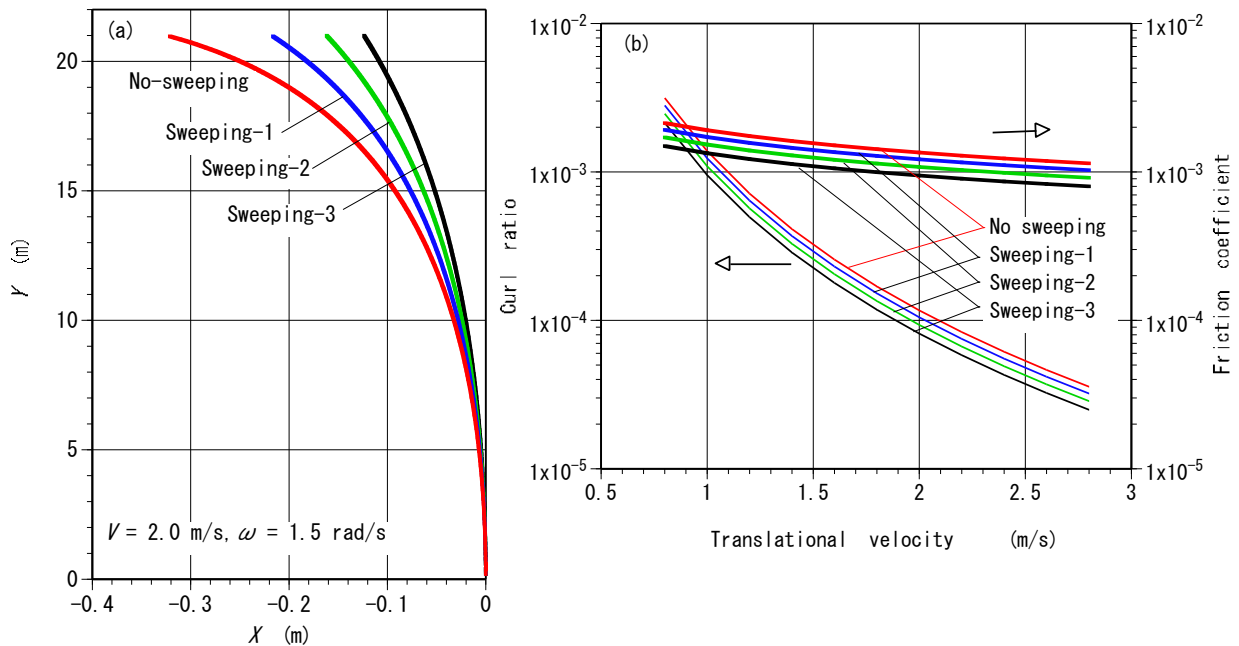


Fig. 5 Effect of sweeping on (a) trajectories and (b) curl ratio and friction coefficient

Angular velocity, 1.5 rad/s, number density of ice pebbles, $5 \times 10^4 \text{ m}^{-2}$, $A = 10$, $L = 0.5 \text{ m}$, and ice friction coefficient, $\mu_0 = 0.004$ and $P/P_0 = 1$ in Eq. 7. No sweeping, sweeping-1, sweeping-2, and sweeping-3 correspond to the calculations with $T_m - T = 5.0 \text{ K}$, 4.5 K, 4.0 K and 3.5 K respectively in Eq. 7.

5. アイスシートのペブル数密度と水平度

アイスシートのペブル数密度が変われば、ストーンがペブルに作用する圧力が変わる。そうすると式(7)にしたがって氷摩擦係数が変わり、結果としてカール比が変わる。ペブル数密度は人為的に変えることができ、またその影響は大きいので、アイス・メークにおける重要テクニックの一つである。

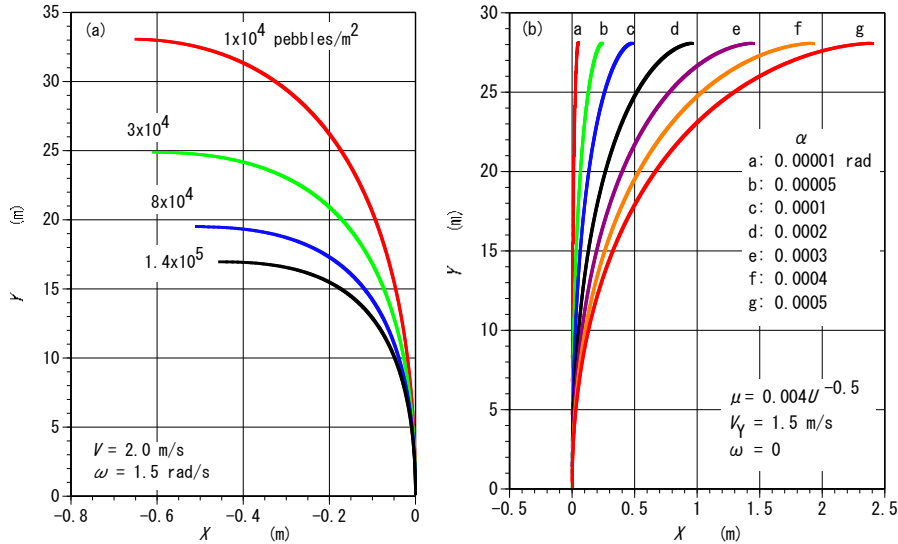


Fig.6 Effect of pebble density and level of ice sheet

(a) Trajectories at different pebble densities. Angular velocity, 1.5 rad/s, $A = 10$, ice friction coefficient $\mu_0 = 0.004$ and $(T_m - T)/T_0 = 1$ in Eq. 7. (b) Trajectories on inclined ice sheets, calculated with $A=1$.

ストーンを支持できるペブルの最小数は氷の力学強度で決まる。氷の降伏応力あるいは破壊強度は約 10 MPa であるから、標準のカーリング・ストーンを支持できる最小のペブル数は約 20 個となる。ランニング・バンドの面積を考慮すると、これはアイスシートのペブル数密度が約 1×10^4 m² (1 平方センチあたり 1 個) に相当する。一方、最大値はペブルとランニング・バンドのサイズで決まる。平均的に直径 3 mm の円形のペブルがジグザグ状にランニング・バンド上に並ぶと仮定すると、ペブルの数は約 280 個となる。これはアイスシートの数密度にすると約 1.4×10^5 m² (1 平方センチあたり 14 個) に相当する。結局、ストーンの運動に関して物理的に意味があるペブルの数密度の範囲は 1×10^4 m² から 1.4×10^5 m² ということになる。

図 6(a)は、いろいろなペブル数密度のアイスシートにおけるストーンの軌跡である。デリバリーの並進速度は 2.0 m/s、角速度は 1.5 rad/s である。ペブル数密度が大きくなると、並進距離は減少する。すなわち、ストーンが停止する距離は、数密度が 1×10^4 m², 3×10^4 m², 8×10^4 m², 1.4×10^5 m² と増えるに従って、33.0 m, 24.8 m, 19.5 m, 16.9 m と短くなり、摩擦係数の増加に対応している。一方、カール距離は増加する。例えば 15 m の位置で比べると、カール距離は 0.046 m, 0.074 m, 0.120 m, 0.177 m と大きくなっている。ストーンが滑りやすいアイスシートや、カールしやすいアイスシートが生まれる原因の一つは、それぞれのカーリング場においてアイス・メークの仕方が違うため、ペブル数密度の大小が生じるためと考えられる。

最後に、アイスシートの水平度に関して若干の考察を行う。カーリングほど、アイスシートの水平度に対して神経質な競技は他にはない。アイス・ホッケー、フィギュア・スケート、スピード・スケート等々の種々のアイス競技ではまったく問題にならない程のアイスシートの傾斜でも、正常なカーリング競技が実施できない場合があり得る。

図 6(b)は、アイスシート面が水平面に対して +X 方向に α (rad) だけ傾いている場合の軌跡の計算結果である。まったく回転を与えずに +Y 方向に 1.5 m/s でデリバリーされたストーンは 7 本 (a - g) とも 28 m まで滑って停止する。しかし、その軌跡は傾斜方向にカールしている。7 本の軌跡の中で最大傾斜 (g) は、通常の水準器での測定限界感度 (0.5 mm/m)、つまり $\alpha = 0.0005$ rad (0.0286°) に相当する (表 1)。この場合カール距離は 2.4 m に達する。日本の建造物に関する「住宅品質確保法 (平成 12 年建設省告示第 1653 号、いわゆる品確法)」によれば、建造物

の床の傾斜は 3/1000 未満が住宅紛争処理の基準になっているようである。この傾斜は角度にすると 0.003 rad (0.1718°)に相当し、g の 10 倍以上傾斜していることになる。この場合のカール距離は 14.44 m である (表 1)。従って、通常の精度で施工されたカーリング場の床にはこの程度の傾斜があっても不思議ではないが、この程度傾斜しているアイスシートで正常なカーリング競技を実施できないことは明白である。ただし、このような傾斜のアイスシートが実際に作られることはない。アイスシートをつくるために散水すると、水面は地球の重力で自然に水平になるからである。

ただし、完全に水平なアイスシートの作成は非常に難しい。これは、世界的なアイス・メークのテキスト⁽⁸⁾にも水撒き (フラッディング) に際しての注意が極めて念入りに書かれていることから想像できる。しかし、アイスシートを最終的にどの程度水平に仕上げるべきかに関しては、はっきりした基準は確立していないようである。水平度の正確な測定は技術的に難しいため、カーリング熟練者がストーンの滑りやカールの度合いを調べ試行錯誤しながらより水平なアイスシートに仕上げるのが現状のようである。

アイスシートが水平面に対して α だけ傾斜していると、シート上のストーンの重心には $F_a = mgsin\alpha$ の重力が働く。上述の品確法による紛争処理基準傾斜角の場合は $F_a = 0.588 \text{ N}$ となるが (表 1)、ストーンに作用する氷の摩擦力 (F_μ) は、氷の摩擦係数を $\mu = 0.01 \sim 0.001$ とすると $F_\mu = \mu mg = 0.19 \sim 19.6 \text{ N}$ であるから、傾斜による力はストーンの運動にとって無視できないほど大きい。図 6(b) と表 1 に示した他の傾斜角の軌跡およびカール距離からも分かるように、傾斜の影響は非常に大きい。アイスシートの水平度に関してカナダ、スウェーデン、日本の何人かのエキスパート・カーラーとアイス・メーク関係者に対して筆者が行った質問に対する回答はいろいろであったが、ストーンを Hogline からハウス内に停止するように滑らせた時、カール距離が約 30 cm 以内ならアイスシートは十分水平とみなしてよいようである。これは b と c の間に相当するから、傾斜 0.00005 rad (0.00286°) が「水平」の一つの基準と考えてよさそうである。しかし、この傾斜は長さ 5 m で 0.25 mm、あるいは 1 m で 0.05 mm (50 μm) の高低差を意味するから、トランシットやレーザー機器を使ってもその検出は非常に難しい。多くのカーリング場のアイスシートが良好なコンディションに保たれているのは関係者の高度な技術と努力の結果というべきである。

Table 1 Force and curl distance on inclined ice sheets.

Curl distance was calculated when $V_y = 1.5 \text{ m/s}$, $\omega = 0$, $\mu = 0.004U^{0.5}$ and $A = 1$.

Symbol	α rad (°)	F_a N	Curl distance m	Remarks
a	0.00001 (0.00057)	0.00196	0.048	0.05mm/5m = 0.01mm/m
b	0.00005 (0.00286)	0.0098	0.24	0.25mm/5m=0.05mm/m
c	0.0001 (0.0057)	0.0196	0.48	
d	0.0002 (0.0116)	0.0391	0.98	
e	0.0003 (0.0171)	0.0588	1.44	
f	0.0004 (0.0229)	0.0784	1.92	
g	0.0005 (0.0286)	0.0979	2.40	0.5mm/m (sensitivity of usual levels)
	0.003 (0.1718)	0.588	14.44	Japanese criterion to settle disputes of buildings

6. 結 語

カーリング・ストーンの運動は 2 次元平面に拘束された剛体の運動であるから、作用する外力が分かれば容易に計算可能である。外力としてはペブルによる摩擦力のみを考えればよいが、そのモデル化には、ペブルとランニング・バンド間の物理過程に関連する難問が幾つか存在する。本稿では、ランニング・バンドの氷摩擦係数が後部と前部で様に摩擦増加率 (A) だけ違うという最も単純な仮定のもとで計算と考察を進めた。しかし、この仮定は万全ではない。一様ではなく部分的に違うとか、あるいは、ペブルの大小や配列に対応して時間的に変わる可能性があるからである。特に、後者の可能性は、本シンポジウムで発表される新しい事実⁽⁶⁾、すなわちス

トーン重心に作用する外力,すなわち各ペブルからの摩擦力の総和(合力)が一様ではなく、細かな時間スケールで変動していることから支持される。カーリング・ストーンの運動メカニズムに関してはまだまだ未解決な点が多く、更なるデータの蓄積と研究が望まれる。

文 献

- (1) 前野紀一, “カーリング・ストーンの運動とカールのメカニズム” 日本機械学会シンポジウム: スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2012 講演論文集 (2012), pp.199-204.
- (2) Maeno, N., “Dynamics and Curl Ratio of a Curling Stone”, *Sports Engineering*, Vol. 16(2013), DOI 10.1007/s12283-013-0129-8.
- (3) Maeno, N., “Erratum to: Dynamics of a curling stone”, *Sports Engineering*, Vol. 16 (2013), DOI 10.1007/s12283-013-0131-1.
- (4) 入戸野太郎・門脇仁隆・駒込敏弘・徳本大・服部一裕・前野紀一, “カーリングストーンの水摩擦係数とカール比の測定” 日本機械学会シンポジウム: スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2012 講演論文集 (2012), pp.205-209.
- (5) 入戸野太郎・門脇仁隆・駒込敏弘・徳本大・服部一裕・前野紀一, “カーリングの実験的研究—カーリング・ストーンのカール比の測定—” *雪氷*, Vol. 75, No. 3 (2013), pp.137-146.
- (6) 駒込敏弘・服部一裕・入戸野太郎・徳本大・前野紀一, “カーリングストーンの運動解析” 日本機械学会シンポジウム: スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2013 講演論文集 (2013).
- (7) Marmo BA, Farrow IS, Buckingham M-P and Blackford JR, “Frictional heat generated by sweeping in curling and its effect on ice friction”, *Proc IMechE Part L Journal of Materials: Design and Application*, 220, L4(2006), 189-197.
- (8) レイフ・オーマン (著), ジョン・ミナー (編), 小川豊和 (監修・日本語訳) “解説カーリングアイス” 世界カーリング連盟・(社)日本カーリング協会 (2004).