

バドミントンのシャトルコックの大きな ピッチ運動を伴う軌道シミュレーション

神田 芳文^{*1}

Simulation of Shuttlecock Trajectory with Large Pitch Motion in Badminton

Yoshifumi KANDA^{*1}

^{*1} Seikei Univ. Dept. of Computer and Information Science
Kichijoji-Kitamachi 3, Musashino, Tokyo, 180-8633 Japan

A shuttlecock used for badminton has an extremely complicated shape in comparison with other sport projectiles and quickly flips over after hitting by a racket. Although the flip of a shuttlecock is a fundamental behavior during badminton game, aerodynamic characteristics of the shuttlecock flip have scarcely been studied from engineering's point of view. Concerning the investigation of the shuttlecock flip, a computer simulation based on proper aerodynamic properties is a best tool. This paper describes a possibility of the flip simulation in which shuttlecock aerodynamic properties are acquired by using images of shuttlecock trajectory experiment captured by a high speed video camera without a wind tunnel experiment. Through the comparison between experimental and simulated results of shuttlecock trajectories, a fairly good agreement is obtained and the possibility of the flip simulation has been shown.

Key Words : Badminton shuttlecock, Shuttlecock flip, Trajectory simulation, Aerodynamic property, Image processing

1. 緒 言

バドミントンは広く世界中の老若男女に親しまれている身近なスポーツであって、球技に分類されている。しかし、他の球技と大きく異なる点は、球形のボールではなく半球形のコルクの後部に円錐状に羽根を植え付けたシャトルコック(以下、単にシャトルと呼ぶ)を打ち合い、ラケットで打った際に進行方向と直交する軸回りの回転によって向きを変えることである。従って、シャトルの飛翔において空気力が大きな影響を与えていることは明白であり、その飛翔特性がプレーに強く反映すると考えられる。そこで、シャトルの空気力学特性を調べ、飛翔軌道をシミュレーションにより明らかにするための研究が広く行われてきている^{(1)~(6)}。しかし、それらはすべてシャトルの進行方向と直交する軸回りの回転角が小さい(迎角にして $\pm 24^\circ$ 程度)の範囲を扱ったもので、シャトルの特徴である大きく回転して向きを反転する現象(以下、フリップと呼ぶ)を本格的に扱った研究は著者の知る限りでは皆無である。

シャトルの空気力学特性を正確に知る手段としては現状では風洞実験がほとんど唯一の手段と言って過言ではない。しかし、風洞実験ではそもそも風洞という設備が必要である上に、試料の保持や力の計測などの実験準備と実験実施に多大の時間と労力を必要とする。これに対して、シャトルの飛翔映像を撮影することは極めて容易である。そこで、いくつかの飛翔映像において正確な飛翔軌道およびピッチ角の変化を画像解析により算出し、それらの飛翔軌道およびピッチ角変化を与える抗力係数、揚力係数などの空気力学特性をシミュレーションにより同定できれば、簡便に空気力学特性を計測できたことになり、その有用性は高いと考えられる。もちろん、こうして得られた空気力学特性は風洞実験ほどの精度は望めないことは当然であるが、同一のシャトルの一般的な飛翔特性を調べるためのシミュレーションに利用できる程度のものであればその利用価値は十分に認められる。

^{*1} 正員, 成蹊大学 理工学部 (〒180-8633 東京都武蔵野市吉祥寺北町 3-3-1)
E-mail: kanda@st.seikei.ac.jp

著者は前報¹⁾において、上述の考えを具体化するための手法の確立と有効性の検証を、迎角の小さい範囲のシャトルの飛翔に対して行い、スカート部が天然羽毛で作られた公式球と合成樹脂で作られた練習球の飛翔軌道特性の差を識別可能なシミュレーションが行えることを示した。

本報は前報¹⁾で行った手法をフリップを主体とするシャトルの飛翔に拡張適用し、フリップ現象のシミュレーションの実現可能性について調査することを目的とする。ただし、問題の複雑性を緩和するためシャトルの飛翔は鉛直平面内で行われる場合に限定し、シャトルの長軸周りのスピンのに関しては当然自然に発生しているがその影響については特に明示的には扱わない。

2. 軌道シミュレーション

前述のようにシャトルの鉛直平面内の飛翔を扱うものとし、図1に示すようにシャトルの進む水平方向に x 軸、鉛直方向上向きに y 軸をとり、シャトル重心位置の座標を (x,y) 、シャトルの長軸と x 軸のなす角(ピッチ角)を β 、重心速度 v の方向ベクトルと x 軸のなす角(投射角)を θ 、シャトルの長軸と重心速度の方向ベクトルのなす角(迎角)を α とする。シャトルの質量を m 、ピッチ角方向の重心まわりの慣性モーメントを I_t 、重力加速度を g 、重心位置に働く抗力を D 、揚力を L 、ピッチングモーメントを M 、ピッチング回転運動の減衰係数を c 、時間に関する微分を $\dot{}$ で表せば、 x 軸方向、 y 軸方向、ピッチ角方向の運動方程式はそれぞれ次式のように表せる。

$$m\ddot{x} + D \cos \theta + L \sin \theta = 0 \quad (1)$$

$$m\ddot{y} + D \sin \theta - L \cos \theta + mg = 0 \quad (2)$$

$$I_t \ddot{\beta} + c\beta + \left| \frac{dM}{d\alpha} \right| \alpha = 0 \quad (3)$$

ただし、式(1),(2)に現れる抗力 D および揚力 L は、シャトルの重心速度を v 、スカート部末尾の円形断面積を A 、空気密度を ρ 、抗力係数を C_D 、揚力係数を C_L として、それぞれ次式のように表せる。

$$D = \frac{1}{2} \rho C_D v^2 A \quad (4)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho C_L v^2 A \quad (5)$$

実験データをもとに運動方程式(1),(2),(3)から抗力係数、揚力係数、減衰係数などを算出することを考えた場合に、実験映像の解析から得られた変位、角変位、速度、角速度、加速度、角加速度などの値を式に代入して解く方法が想定されるが、この方法では加速度、角加速度が現状の画像解析技術では精度良く求まらないことから、信頼のおける空気力学特性を同定することは極めて困難である。

そこで、とり得る空気力学特性の値の範囲内で有効桁を限定した値を種々与えて式(1),(2),(3)に基づき軌道シミュレーションを行い、実験結果に最もフィットする値を探索して空気力学特性を同定する方法が実用的な方法と考えられる。この方法の成否は、高速で数値誤差が少ないシミュレーション技法と効率的な最適値探索手法を確立できるか否かが鍵となると推測される。

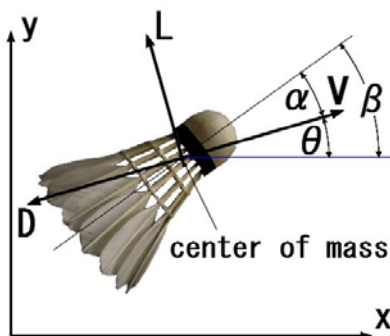


Fig.1 Coordinate system and forces on shuttlecock in 2D flight



Fig.2 Tested shuttlecock (YONEX MAVIS 370P)

こうした目的に沿って式(1),(2),(3)の数値時間積分を行う手法としては現状では Runge-Kutta 法が望ましいと考えられる。従って、式(1),(2),(3)を直接 Runge-Kutta 法が適用できる 1 階微分方程式に書き改めると次式のようになる。

$$\dot{x} = v_x \quad (6)$$

$$\dot{v}_x = -\frac{1}{m}(D \cos \theta + L \sin \theta) \quad (7)$$

$$\dot{y} = v_y \quad (8)$$

$$\dot{v}_y = -\frac{1}{m}(D \cos \theta - L \sin \theta) - g \quad (9)$$

$$\dot{\beta} = \omega \quad (10)$$

$$\dot{\omega} = -\frac{1}{I_t}(c\omega + \left| \frac{dM}{d\alpha} \right| \alpha) \quad (11)$$

以上の式を次式の付帯条件のもとで数値的に解いていけばシミュレーションが実行できる。

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right) \quad (12)$$

$$\beta = \alpha + \theta \quad (13)$$

次に、空気力学特性の同定方法について述べる。まず最初に、同定すべき空気力学特性としてここでは抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L 、ピッチングモーメントの迎角による微分 $dM/d\alpha$ 、減衰係数 c を考え、それらがそれぞれレイノルズ数 Re および迎角 α の関数であるとして関数形を定めることを行う。その際、関数形をある程度単純な形に仮定して未知パラメータの数を制限しておかないと、計算量の観点からパラメータの値の同定はほとんど不可能となる。逆に仮定した関数形が単純すぎると正しい変化を表現することができない。そこで、先行研究^{(3),(4)}として精力的に行われたシャトルの空気力学特性の風洞実験による計測結果とその整理を参考にして、揚力係数 C_L を除く空気力学特性の関数形を仮定し、迎角の大きい場合の揚力係数に関しては参考となる研究報告が見当たらないので推測により関数形を仮定すると、空気力学特性は 6 つのパラメータを導入して次式のように仮定される。

$$C_D = a_0|\alpha| + a_1 Re + a_2 \quad (14)$$

$$C_L = a_3 \sin(2\alpha) \quad (15)$$

$$\frac{dM}{d\alpha} = a_4 Re^2 \quad (16)$$

$$c = a_5 Re \quad (17)$$

上式に現れる $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ のパラメータを定数として、飛翔実験の結果に最適フィットするように定める必要があるが、その際フィットの程度を評価するために次のような指標 E を導入し、 E が最小になるように 6 つのパラメータを定める。

$$E = \sum_{i=1}^n \{ (x(t_i) - x_s(t_i))^2 + (y(t_i) - y_s(t_i))^2 + w(\beta(t_i) - \beta_s(t_i))^2 \} \quad (18)$$

ただし、 n は映像コマ数であり、 t_i は各コマの時刻であり、 $x(t_i), y(t_i), \beta(t_i)$ はそれぞれ x 方向変位、 y 方向変位、ピッチ角の実験値であり、 $x_s(t_i), y_s(t_i), \beta_s(t_i)$ はそれぞれ x 方向変位、 y 方向変位、ピッチ角の対応する時刻におけるシミュレーションの値であり、 w は変位と角度の重要度を調整する重みである。

これら 6 つの定数の探索に十分な精度を要求した場合、天文学的シミュレーション回数が要求されることとなるので本報では 10 進 2~3 桁の精度で探索を行った。探索アルゴリズムとしては遺伝的アルゴリズムなどが考えられるが決定的な高速化は得られなかったので、本報では以下に述べる方法を採用した。まず、初期値を決めて

Table1 Dimensions and physical properties of tested shuttlecock

Shuttlecock length [mm]	78.8
Skirt diameter [mm]	66.6
Nose diameter [mm]	26.7
Position of center of mass [mm]	26.7
Mass [g]	5.1
Moment of inertia [kgm ²]	2.81×10^{-6}

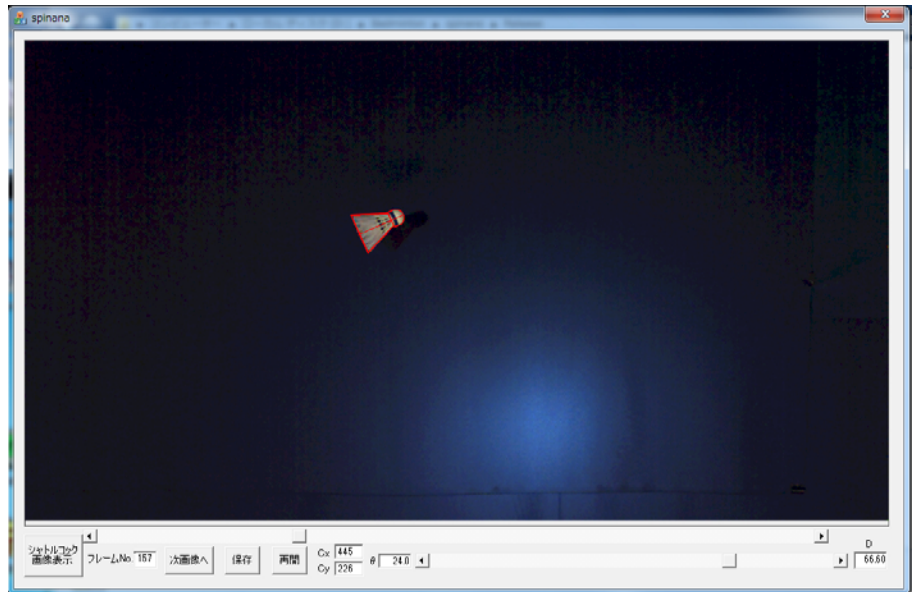


Fig.3 Windows of application program supporting manual image processing

その位置を中心とし、限定的な大きさの半径をもつ部分空間内で全件探索を行う。そこで得られた部分空間内の最適位置に部分空間の中心を移し、また部分空間内で全件探索を行う。この操作を反復して中心位置の移動がなくなったとき、最適位置（解）が得られたとする。このアルゴリズムでは部分空間の半径を小さくすると局所解に収束する可能性が高まる恐れがあるが、局所解に陥ったと判断した場合には初期値を大きく変えて再計算させることで探索を進めていった。なお、式（18）の重みは $w=1$ とした。

3. シャトルの飛翔実験

シャトルを自作の簡易発射装置により発射させ、初期速度と初期ピッチ角を変えた数多くの飛翔実験を行った。運動面内に垂直な横方向から2台の、運動面内上方向から1台の高速ビデオカメラにより飛翔運動映像を撮影した。実験は風の影響を避けるため室内で行ったが、部屋のスペースの制約により安定的な運動に達したとみられる4m弱の飛翔距離内での実験となった。

運動面内上方からの映像は飛翔およびフリップ回転が鉛直面内に収まっているか否かの判定に使用した。鉛直面内に運動が収まっていないと判定された映像を除くと50ケース程度の映像が残り、その中で初期ピッチ角の大きい範囲の4ケースと、初期ピッチ角の小さい1ケースを本報での解析対象とした。

横方向から撮影した2台のカメラはともに Photron FASTCAM SA3 (解像度 1024dot×1024dot のカラーで撮影) であり、上方向から撮影したカメラは Photron FASTCAM 512PCI (解像度 512dot×512dot のカラーで撮影) である。すべてのカメラは500コマ/秒のフレームレートで同期させて撮影した。横方向から撮影した2台のカメラでは連続性の確保のため、同時刻でシャトル全体が撮影されているコマが必ず存在するようにした。

実験に使用したシャトルはスカート部が合成樹脂製(練習球)の YONEX MAVIS 370P であり、その写真を図2に、仕様および計測した物理特性を表1に示す。

4. 飛翔実験映像の画像解析

本報の空気力学特性の同定方法では、飛翔実験映像の画像解析の手間と精度がその成否に大きく関わっている。求めるべきものは時々刻々の重心位置と重心周りのピッチ角であって、各映像コマからこれらが算定される。この作業においては、多数の映像コマに及ぶ作業量と、位置及び角度の特定における誤差が問題となる。作業量の軽減からすると自動画像解析が望ましいが、現状の技術では失敗するケースや精度が十分でないケースを免れ得ない。手動解析では1~2ドットの誤差に抑えられ失敗することもないが、とてつもない作業量を要求される。そこで、手動画像解析を行う際に極めて効率的に作業が行えるような支援ソフトウェアを利用して作業量を大幅に

Table 2 Initial conditions for trajectory experiment of shuttlecock

Shot case	x [m]	y [m]	v [m/s]	θ [deg]	β [deg]	$\dot{\beta}$ [rad/s]
1	0	0	30.19	0.8	-174.3	23.34
2	0	0	21.86	-2.5	-172.0	30.52
3	0	0	20.00	4.3	-104.0	237.87
4	0	0	11.07	39.8	-128.0	10.66
5	0	0	18.43	7.4	7.3	-1.57

軽減することが現実的な解決策と考えられる。従って、本研究においてはそのような支援ソフトウェアを独自に開発し、それを使用した。図3に手動画像解析支援ソフトウェアの画面を示すが、位置の特定はシャトル形状のテンプレートをマウスでドラッグすることにより、角度の特定はスクロールバーを移動させることによりテンプレートの角度を変えて行い、コマの切替、データの保存などすべての操作をボタンのクリックで行うようになっている。また、必要に応じてシャトル部分を拡大表示して操作する機能も含まれている。

本報ではいくつかの実験映像のうち、表2に発射の際の初期条件を示す5つのショットを扱うこととする。ショット1~4はピッチ角の絶対値の大きな場合で、ショット5はピッチ角の絶対値の小さな場合である。ショット1~4においては初期速度、初期投射角、初期ピッチ角速度に変化をもたせている。これらのショットの飛翔実験結果をそれぞれ図4~8の実線で示す。ショット1~4の結果から、ピッチ角は負の大きな角度で発射された後、振動しながら急速に減衰して3m程度の飛翔の間にほとんど0に収束していくことがわかり、フリップ運動の特徴を示している。飛翔軌道をみればわかるように、ショット1~3においては投射角がほぼ0であって迎角はピッチ角にほぼ等しく、ショット4においても投射角の変化がそれほどないため迎角の変化はピッチ角の変化に類似していると推定できる。

5. 空気力学特性の計測と飛翔シミュレーション

第2章で述べた手法に従って各ショットごとの個別な空気力学特性のパラメータを同定してみると表3のような結果となる。この個別のパラメータを同定した際の飛翔のシミュレーション結果をそれぞれ図4~8の一点鎖線で示す。

まず、飛翔軌道およびピッチ角変化の実験結果との差について論ずる。飛翔軌道は変化に乏しいこともあって、シミュレーション結果は実験結果と良く一致しているようにみえる。ピッチ角変化については、変化の乏しいショット5を除くと、シミュレーション結果はいくぶん実験結果とズレが生じているものの変化の傾向は捉え得ている。ズレに関しては、式(18)の評価関数は最小2乗誤差を表しており、変化率が小さくなる傾向があることが見てとれる。また、式(18)は時刻ごとの2乗誤差であって時刻歴としてフィットさせているのに対し、図4~8では横軸が x 方向変位であって、その誤差により水平方向にズレが拡大されている。この点からすると、式(18)の重み w の選定および評価関数そのものの与え方には十分な配慮が必要であることが窺える。

次に、同定された空気力学特性について論ずる。最初に注目すべきは、ショット5においては迎角が非常に小さい飛翔であるから、ショット5において同定された迎角に関するパラメータ a_0, a_3, a_4, a_5 の値に関してはほとんど意味がないと考えるべき点である。そうすると、ショット1~4においてパラメータ a_4, a_5 は良く一致した値になっており、フリップ運動においてはピッチ運動が支配的であることを裏付けている。ショット1~4におけるパラメータ $a_0 \sim a_3$ はショットのパターンごとにかかなりの差があることがわかる。この差はひとえに式(14), (15)で仮定した C_D, C_L の関数形が適切でないことを物語るものであるが、本報告では式(14), (15)の仮定でどの程度のシミュレーションが可能であるかを吟味することを優先することにして大幅な手直しは行わない。

本報で要求されるのはショットに依存しない空気力学特性のパラメータ値を一通りに同定してその値でのシミュレーションがどうなるかを調べることであるから、全体的なパラメータ値を次のようにして一通りに定める。

- (a) まず、ショット1~4におけるパラメータ値をそれぞれ平均する。その結果は表3のカッコ内の mean という行に示した値となる。パラメータ a_3, a_4, a_5 についてはこの平均値を全体的なパラメータ値として採用する。

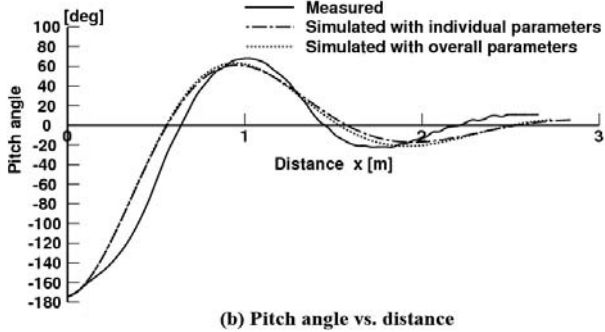
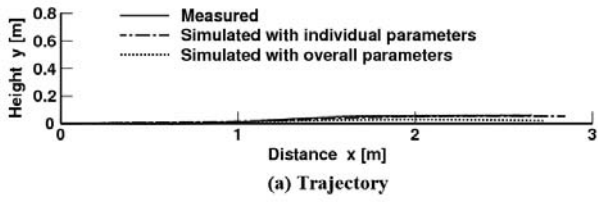


Fig.4 Comparison between measured and predicted results for shot case 1

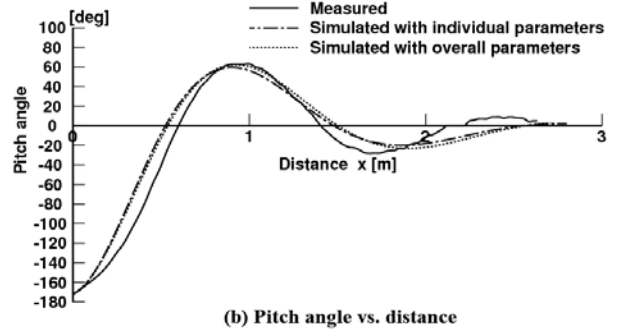
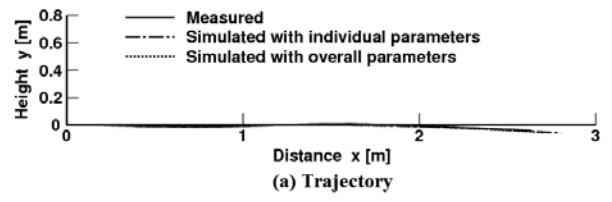


Fig.5 Comparison between measured and predicted results for shot case 2

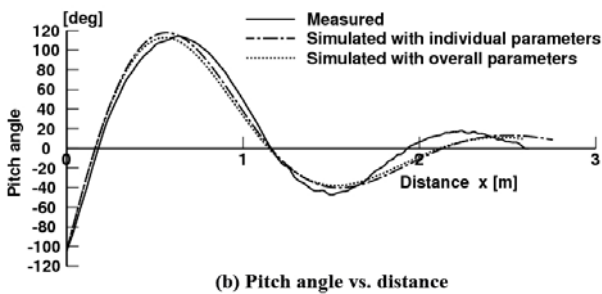
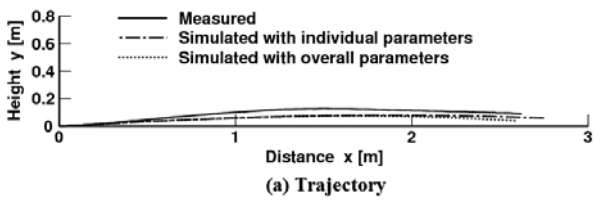


Fig.6 Comparison between measured and predicted results for shot case 3

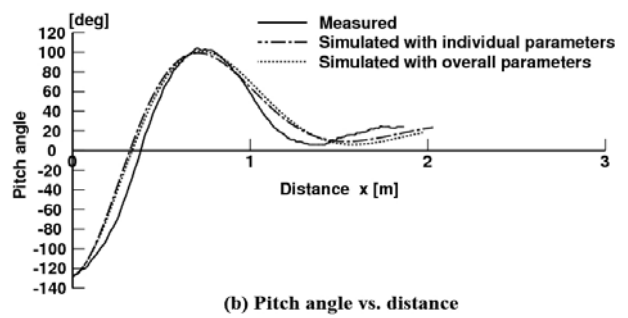
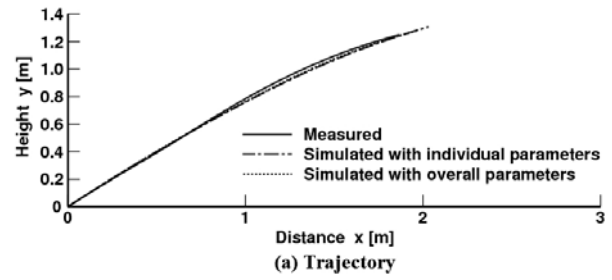


Fig.7 Comparison between measured and predicted results for shot case 4

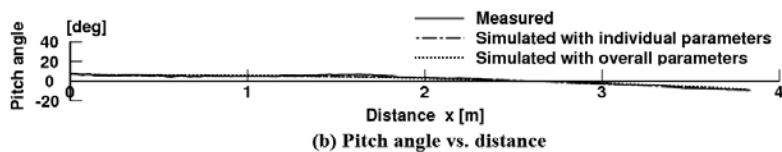
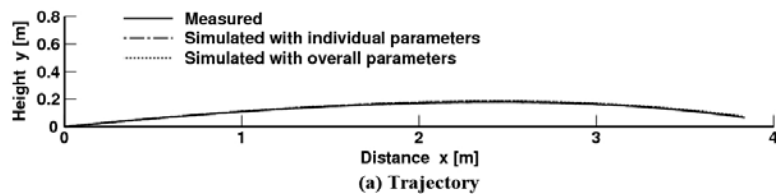


Fig.8 Comparison between measured and predicted results for shot case 5

Table3 Identified parameters of aerodynamic properties for tested shuttlecock

Shot case	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
		$\times 10^{-6}$			$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-9}$
1	0.355	-1.49	0.280	0.1620	1.30	1.33
2	0.418	-1.96	0.280	0.1050	1.40	1.39
3	0.504	0.00	0.050	0.0000	1.30	1.25
4	0.567	-0.80	0.000	0.1230	1.40	1.36
(mean	0.461	-1.06	0.153	0.0975	1.35	1.33)
5	0.000	-0.95	0.640	0.0000	0.60	0.44

- (b) パラメータ a_0, a_1, a_2 については, ショット 1~4 の平均値 $a_0^{(1)} = 0.461, a_1^{(1)} = -1.06, a_2^{(1)} = 0.153$ とショット 5 の値 $a_0^{(2)} = 0.000, a_1^{(2)} = -0.95, a_2^{(2)} = 0.640$ において両者の C_D の値が一致する迎角の値 α_s は次式

$$\alpha_s = \frac{a_1^{(2)} - a_1^{(1)}}{a_0^{(1)} - a_0^{(2)}} Re + \frac{a_2^{(2)} - a_2^{(1)}}{a_0^{(1)} - a_0^{(2)}} \quad (19)$$

で与えられることから, 迎角が $\alpha \geq \alpha_s$ のとき $a_0^{(1)}, a_1^{(1)}, a_2^{(1)}$ を, $\alpha < \alpha_s$ のとき $a_0^{(2)}, a_1^{(2)}, a_2^{(2)}$ を全体的なパラメータ値として採用する.

以上のようにして定めた全体的なパラメータ値を用いて, ショット 1~5 の飛翔シミュレーションを行った結果をそれぞれ図 4~8 の破線で示すが, それぞれ個別に同定したパラメータ値を使ったシミュレーション結果とほとんど差がないことが明らかとなった.

5. 結言

シャトル特有のフリップ運動をシミュレーションによって扱うことを目的に, フリップ運動を主体とする飛翔実験映像を高速度ビデオカメラで撮影して画像解析を行うことにより, 風洞実験を行うことなく, シャトルの空気力学特性を推定する手法を提示し, 得られた空気力学特性パラメータを用いたフリップ運動を主体とする飛翔シミュレーションを行って, 結果を実験結果と比較することにより手法の妥当性を検証した.

その結果, 空気力学特性をレイノルズ数や迎角の関数としてどのように整理するが重大な課題であることが認識されることとなったが, 実験結果とシミュレーション結果は相当程度一致しており, 手法の有効性を大まかではあるが示すことができた.

文 献

- (1) 神田芳文, “シャトルコックの飛翔軌道シミュレーションのための高速度ビデオカメラによる空気力学特性の計測”, シンポジウム: スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2012 講演論文集, No.12-39,(2012), pp.64-69
- (2) A.J.Cooke, “Shuttlecock aerodynamics”, *Sports Engineering*, Vol.2, No.2, (1999), pp.85-96
- (3) A.J.Cooke, “Computer simulation of shuttlecock trajectories”, *Sports Engineering*, Vol.5, No.2, (2002), pp.93-105
- (4) C.M.Chan and J.S.Rossmann, “Badminton shuttlecock aerodynamics: synthesizing experiment and theory”, *Sports Engineering*, Vol.15, No.2, (2012), pp.61-71
- (5) 橋田征吾ほか, “シャトルコック後流での渦の挙動と流体力学特性”, スポーツ工学シンポジウム 2009 講演論文集, No.09-45, (2009), pp.56-59
- (6) 和田謙治ほか, “シャトルコック高速飛翔時の流体力学特性と流れ挙動”, シンポジウム: スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2011 講演論文集, No.11-17,(2011),pp. 57-61
- (7) J.E.Goff, “A review of recent research into aerodynamics of sport projectiles”, *Sports Engineering*, Vol.16, No.3, (2013), pp.137-154
- (8) B.D.Texier et al., “Shuttlecock dynamics”, *Procedia Engineering*, Vol.34,(2012),pp.176-181