不均一な微細構造を考慮した発泡材料の圧縮特性評価手法

嶋津 龍弥*1, 篠田 佳克*2, 松田 昭博*3

An evaluation method for compression properties of foam materials

with heterogeneous microstructure

Ryuya SHIMAZU^{*1}, Yoshikatsu SHINODA and Akihiro MATSUDA

^{*1}University of Tsukuba. Department of Engineering Mechanics and Energy Tennodai 1-1-1, Tsukuba, Ibaraki, 305-8573 Japan

The purpose of this study is to develop an evaluation method for compression properties of foam materials with heterogeneous microstructure. An analytical approach for evaluating compression properties of foam materials by the two-dimensional finite element analysis using homogenization method was described in this paper. First, porosity, mean cell diameter and dispersion of cell diameter were investigated from observation of cross-section structure using one foam material. Those parameters have similar features in any cross sections. We suppose that one cross section represent all other cross sections of foam material. Second, compression properties of foam materials were investigated by conducting a uniaxial compression test. Then, a unit cell model for numerical simulation of microscopic structure was created. Two-dimensional finite element analysis based on a formulation of homogenization theory was performed, and the analysis results were compared with the compression test result. As a result of the comparison, the effect of foam material structure on compression properties was evaluated.

Key Words : Foam material, Finite Element Method, Homogenization Method

1. 緒 言

軟質発泡材料は柔軟で緩衝性に優れた材料のため、怪我の防止に役立つ.また、材料が軽量で、成形性に富む ため、身に付けるタイプのスポーツ用具に用いやすい.実際に、発泡材料はランニングシューズのソールや野球 のプロテクター、アメフトのヘルメットなど様々な競技の用具に用いられている.これらのスポーツ用具は、プ ロ選手のみならず増加するアマチュア層からも高性能なものが求められている.

現在の発泡材料の設計は、試作した試験片に対する材料試験の結果を用いて行われることが多い.これは、軟 質発泡材料の圧縮特性の評価では、母材であるポリウレタン等のポリマーの特性に加え、気泡の生成によって生 じる微細な内部構造の特性を考慮する必要があり、材料特性の評価が非常に複雑になるためである.そこで、母 材の材料特性と微細構造を個別に考慮して圧縮特性を求め、発泡材料の圧縮特性を用途に合わせて最適化するこ とができれば、発泡材料を用いたスポーツ用具の飛躍的な性能向上が期待される.そのため、発泡材料の圧縮特 性最適化には数値計算によるシミュレーションが有効であると考えられる.

これまでの発泡材料の CAE 解析では,発泡材料を均質で等方な材料として取り扱い,圧縮性の超弾性体としてモデル化されることが多かった⁽¹⁾⁽²⁾.また,内部の微視的な構造が,巨視的な応力-ひずみ関係に与える影響を評価するための数値解析的な検討がなされており,M. Kirca らは,発泡炭素樹脂材料の4mm角の立方体の微視構

日本機械学会〔No.13-34〕 シンポジウム:スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2013 講演論文集〔2013.11.1-3, 東京〕

^{*1} 学生員,筑波大学大学院 システム情報工学研究科 構造エネルギー工学専攻 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1)

^{*2} 学生員, 筑波大学大学院 システム情報工学研究科 構造エネルギー工学専攻

^{*3} 正員, 筑波大学 システム情報系 構造エネルギー工学域

E-mail: s1320930@u.tsukuba.ac.jp

造をモデル化し,FEM でその圧縮強度を解析的に求めた.その際の微視構造のモデル化には 400,000 個の 10 節 点 4 面体要素を必要とした⁽³⁾.発泡材料内のセルと呼ばれる空隙の幾つかをモデル化し,それらのセルが上下左 右に周期的に存在すると仮定する均質化法を用いた有限要素解析についても検討がなされているが⁽⁴⁾⁽⁵⁾,母材とな るポリマーの材料モデルとして大変形を考慮可能な超弾性モデルを用いて,発泡材料と力学特性の関係を評価し たものは少ない.

そこで、本研究では微視構造を巨視的な機械強度に反映可能な数値計算手法を開発した.その解析手法には均 質化法を用いており、解析モデルに与える材料定数により母材の材料特性を、また、ユニットセルの形状により 微細構造の特性を考慮した.さらに、解析対象とする発泡材料の材料試験を行い、結果を比較することで提案す る数値解析手法の適用性について評価した.

2. 発泡材料の解析手法

発泡材料の力学特性を解析するために,発泡材料を規則的で周期的な微細構造を持つ材料と仮定した.多孔性 高分子材料の大変形問題に対する定式化では,2つの異なる座標系 $X \ge Y$ で記述した.ここで,Xは巨視的な 座標系,Yは微視的な座標系である.巨視的な挙動を座標系Xで記述し,微視的な挙動を座標系Yで記述する 場合,2つの座標系はスケール比 ε を用いて,以下のように表される⁽⁵⁾.

 $Y = X / \varepsilon$

微細構造のスケールが構造全体のスケールに比べて非常に小さい場合,スケール比 ε は非常に小さい値となる. このような場合は剛性,伸び,応力,ひずみなどの巨視的な特性は,微細構造の特性の平均値として与えられる. また,微細構造は一様な変形を受けると仮定することができ,巨視的な変形勾配テンソル \widetilde{F} は微視的な座標系Yにおいては一定値となる.

$$\widetilde{F} = \nabla x = \frac{\partial x}{\partial X}$$
(2)

従って, 微視的座標の現在配置で定義される変位 y は, 微視的座標系の基準配置で定義される変位 Y と周期的で微視的な 変位 w によって, 以下のように表される.

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\mathbf{Y} + \mathbf{w} \tag{3}$$

ここで、巨視的な変形勾配テンソル \tilde{F} は、数値シミュレーションにおいては境界条件として与えられる.図1 は、 \tilde{F} が変位Yに対して均質な変形と回転を与え、wが微視的な挙動の範囲で周期的な変位を表す様子を示す. 微視的な変形勾配テンソルFは、変位yを空間で微分することで得られる.

$$\boldsymbol{F} = \nabla \boldsymbol{y} = \widetilde{\boldsymbol{F}} + \frac{\partial \boldsymbol{w}}{\partial \boldsymbol{Y}} \tag{4}$$

変形速度vは、式(3)より以下のように得られる.

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{y}} = \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{Y} + \dot{\mathbf{w}}$$
(5)

巨視的な変形勾配テンソル \tilde{F} は微視的な変形勾配テンソルFの単位セル Y_0 の平均として対応付けられるので、以下の関係を満たす.

$$\widetilde{F} = \frac{1}{V} \int_{Y_0} F dY \tag{6}$$

上式を式(4)に代入すると,

(1)

$$\frac{1}{V} \int_{Y_0} \mathbf{F} dY = \frac{1}{V} \int_{Y_0} \left(\mathbf{\widetilde{F}} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{Y}} \right) dY = \frac{1}{V} \int_{Y_0} \mathbf{\widetilde{F}} dY + \frac{1}{V} \int_{Y_0} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{Y}} dY = \mathbf{\widetilde{F}} + \frac{1}{V} \int_{Y_0} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{Y}} dY$$
(7)

よって、以下の関係を満たす必要がある.

$$\frac{1}{V} \int_{Y_0} \frac{\partial \boldsymbol{w}}{\partial \boldsymbol{Y}} \, \mathrm{d}\boldsymbol{Y} = 0 \tag{8}$$

上式はwに周期的な境界条件があることによって満たされる.また、速度勾配テンソルLは、巨視的な変形から与えられる速度勾配テンソル \widetilde{L} と周期的な変形から与えられる速度勾配テンソル L_v の和で表される.

$$\boldsymbol{L} = \widetilde{\boldsymbol{L}} + \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{Y}} \tag{9}$$

従って、変形速度テンソルDは上式の関係から以下のようになる.

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{L}^{T} \right) = \widetilde{\boldsymbol{D}} + \boldsymbol{D}_{Y}$$
(10)

 \tilde{D} は巨視的な変形速度テンソルを表し、解析領域で一定のテンソルである.また、 D_{γ} は微視的な変形速度テンソルを表し、解析領域で周期性を有するテンソル量である.また、大変形を受ける発泡材料の均質化定式化を行うため、以下の仮想仕事の原理を用いた.

$$\int \left[\dot{\boldsymbol{T}}_{T} + \boldsymbol{T} : (\nabla \boldsymbol{v} \cdot \delta \boldsymbol{v} \nabla) \right] d\boldsymbol{V} = \int \dot{\boldsymbol{g}} \cdot \delta \boldsymbol{v} d\boldsymbol{V} + \int \dot{\boldsymbol{t}} \cdot \delta \boldsymbol{v} d\boldsymbol{S}$$
(11)

 \dot{T}_{r} は Truesdell の応力速度, \dot{g} は体積力速度, \dot{t} は境界Sにおけるトラクションの速度である.式(11)に対して、巨視的及び微視的な変形速度テンソルを代入し、微視的な変位速度に関する変分をとることで、以下の微視的な仮想仕事の原理を得る⁽⁶⁾⁽⁷⁾.

$$\int \left[\left\{ \frac{\partial U_T'}{\partial \boldsymbol{D}_T'} - 2(\boldsymbol{v}\nabla)_m \boldsymbol{T}' \right\} : \partial \boldsymbol{D}_Y' + 3 \left\{ \dot{T}_m + T_m (\boldsymbol{v}\nabla)_m - \frac{2}{3} (\boldsymbol{T}': \boldsymbol{D}') \right\} (\partial \boldsymbol{v}_y \nabla)_m + \boldsymbol{T} : (\nabla \boldsymbol{v} \cdot \partial \boldsymbol{v}_y \nabla) \right] dV = 0$$
(12)

$$\int \left\{ \frac{1}{3JK_0} \dot{T}_m - \left(\mathbf{v} \nabla \right)_m \right\} \delta \dot{T}_m \mathrm{d}V = 0 \tag{13}$$

上式に対して、巨視的な速度 \tilde{v} と微視的な周期境界条件を有する速度 v_{y} を代入することによって、微視的なつり合い式を得ることができる.

$$\int \left[\left\{ \frac{\partial U_T'^2}{\partial \boldsymbol{D}' \partial \boldsymbol{D}'} : \left(\widetilde{\boldsymbol{D}} + \boldsymbol{D}_y' \right) - 2 \left(\widetilde{\boldsymbol{D}} + \boldsymbol{D}_y \right)_m \boldsymbol{T}' \right\} : \delta \boldsymbol{D}_y' + 3 \left\{ \dot{T}_m + T_m \left(\widetilde{\boldsymbol{D}} + \boldsymbol{D}_y \right)_m - \frac{2}{3} \left(\boldsymbol{T}' : \left(\widetilde{\boldsymbol{D}}' + \boldsymbol{D}_y' \right) \right) \right\} \left(\delta \boldsymbol{v}_y \nabla \right)_m + \boldsymbol{T} : \left(\nabla \boldsymbol{v} \cdot \delta \boldsymbol{v}_y \nabla \right) \right] dV = 0$$
(14)

$$\int \left\{ \frac{1}{3JK_0} \dot{T}_m - \left(\widetilde{\boldsymbol{v}} \nabla + \boldsymbol{v}_y \nabla \right)_m \right\} \delta \dot{T}_m \mathrm{d}V = 0$$
(15)

巨視的な変位に関する項を右辺に移動することで、周期境界条件を満たす変位速度v,に関する仮想仕事の原理 を得る.このときの巨視的な変位速度は既知な量とした.

発泡材料のセル構造を構成するポリマーに対して、応力が以下のように表せる超弾性モデルを適用した.

$$S = 2 \frac{\partial W(C)}{\partial C}$$
(16)

Sは第 2Piola-Kirchhoff 応力, W(C)は超弾性のひずみエネルギー関数, Cは右 Cauchy-Green 変形テンソルである. 超弾性のひずみエネルギー関数であるW(C)は変形の関数となっており,座標系によってその値が変動しないことから, Cの主不変量 I_1 , I_2 , I_3 の関数となるため,以下のように表される.

$$W(C) = W(I_1, I_2, I_3)$$
(17)

本研究では既往の研究より、ゴムやポリマー等によく用いられる Mooney-Rivlin のひずみエネルギー関数を使用した.

$$W(C, p) = C_{11}(I_1 - 3) + C_{12}(I_1 - 3)^2 + C_{21}(I_2 - 3) + p(J - 1)$$
(18)

 C_{11} , C_{12} , C_{21} は材料定数である. I_1 , I_2 は右 Cauchy-Green 変形テンソル*C*の第1, 第2不変量である. pは静水圧, *J*は変形勾配テンソル*F*のデターミナントである.

$$I_{1} = \mathbf{C} : \mathbf{I}$$

$$I_{2} = \frac{1}{2} \left\{ (\mathbf{C} : \mathbf{I})^{2} - (\mathbf{C} \cdot \mathbf{C}) : \mathbf{I} \right\}$$

$$J = \det(\mathbf{F})$$
(19)

ここで、Turesdellの応力速度 \dot{T}_r と第 2Piola-Kirchhoff 応力 S には次の関係がある.

$$\dot{\boldsymbol{T}}_{T} = \frac{1}{J} \boldsymbol{F} \cdot \dot{\boldsymbol{S}} \cdot \boldsymbol{F}^{T}$$
(20)

材料定数はそれぞれ以下の値を用いた.

$$C_{11} = 0.58$$
MPa
 $C_{12} = 0.055$ MPa
 $C_{21} = 0.25$ MPa
(21)

3. 発泡材料の微細構造の評価

足立ら⁽⁸⁾は、軟質ポリウレタンフォームの二次元セル分布と三次元セル分布の関係について考察しており、二 次元セル径平均値と三次元セル径平均値が良好な直線関係にあることを確認した.

本研究では、ポリウレタンフォームの内部構造について、均質な特徴が見られるかを調査するため、X 線 CT スキャンにより荷重を受けていない発泡材料の微細構造の観察を実施した.観察した発泡材料はイノアック(株) 製の PORN スタンダードハードタイプ(H-24)である.取得した断面画像からランダムに 10 枚取り出したものを図 2 に示す.図2より、それぞれの空隙の形は球形に近いことが分かる.図2の10 枚の断面画像について空隙率を 求めた.また、縁の切れていない空隙についてセル数とセル径を求め、セル径については平均値と標準偏差を求 めた.更に、10 枚の画像から得た3種類のデータについて、空隙率に関する平均値と標準偏差、セル径の平均に 関する平均値と標準偏差、セル径の標準偏差に関する平均値と標準偏差を求めた.評価結果を表1にまとめる. 表1より、3種類のデータそれぞれに関する標準偏差(SD)を平均値(M)で除した値は、それぞれ、0.034、0.048、 0.106となった.従って、各断面画像の差異は小さく、どの断面も同じ構造であると考えることができる.



Fig.1 Periodic deformation of microscopic structure



Fig.2 Microscopic structure of foam materials

No.	Number of cells	Porosity [%]	Mean of	Standard deviation of	
			cell diameter [µm]	cell diameter [µm]	
1	56	75.2	99.6	50.1	
2	48	82.7	105.2	64.2	
3	49	83.8	102.0	63.8	
4	55	84.0	105.8	52.5	
5	54	81.5	107.2	58.2	
6	49	82.3	112.7	56.0	
7	55	80.3	106.6	52.7	
8	50	85.1	111.8	59.7	
9	59	80.2	98.6	50.1	
10	60	80.7	99.1	47.4	
Mean (M)		81.6	104.9	55.6	
Standard		2 77	5.03	5.91	
deviation (SD)		2.11			
(SD) / (M)		0.034	0.048	0.106	

Table 1 Evaluation of 10 cross-sectional images

4. 圧縮特性解析

4・1 一軸圧縮試験

発泡材料の圧縮時の挙動を評価するため、低ひずみ速度での一軸圧縮試験を実施した. 図3に試験で用いた試 験体を示す. 試験体は3章で用いた発泡材料と同じイノアック(株)製の PORN スタンダードハードタイプ(H-24) で製作し、載荷面積 50mm×50mm=2500mm²、厚さ10mm とした. 図4に試験装置を示す. 試験装置は島津製作 所製の一軸試験機を用いて実施し、荷重測定には共和電業製LU-200KE を、変位測定には東京測器製のひずみ型 変位計を用いた. 変位速度 1mm/min で 50%の圧縮ひずみを与えた. 試験結果を図5 に示す.

発泡材料の圧縮応力-ひずみ曲線は一般的に、小さいひずみ領域においてセル壁の曲げ剛性が大きく影響する弾 性変形領域、ひずみが増加するにつれてセル壁の座屈による剛性が低下していくプラトー領域、座屈で空隙が潰 されることによる発泡材料の高密度化の影響で剛性が上昇していく高密度化領域の3つに分けられると知られて いる.図5にも、典型的な三段階の曲線が確認できる.本研究では、発泡材料の設計で重要な弾性変形領域から プラトー領域までの力学特性について再現を試みた.



Fig.3 Specimen for compression test (H-24)



Fig.4 Uniaxial compression loading machine



4・2 解析モデルと解析条件

発泡材料の微細構造は周期性を有すると仮定し、均質化法を適用した.均質化法を適用することで解析対象は ユニットセルのみとなり、計算コストを大幅に抑えることができる.

本研究では図6に示す2種類の空隙から構成される発泡材料の解析モデルを作成した. 図中の灰色部分がポリマーで白抜き部分が空隙を示している. ユニットセルは正方形とし,一辺の長さを1とした. 小さなセル径を R_1 , 大きなセル径を R_2 とし,上下左右,規則的に交互に整列しているとした.解析の際には,ユニットセルが上下左右に存在すると考える周期境界条件を適用した. セル径 R_1 , R_2 を用いて,空隙率 α は以下のように表せる. A はユニットセルの面積, n は存在する空隙の数である.

$$\alpha = \frac{2\pi}{A} \sum \left(\frac{R_n}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{2} \left(R_1^2 + R_2^2\right)$$
(22)

解析モデル及び境界条件の妥当性を検証するため、図6の解析モデルに対して、一様な圧縮変形を与える数値 解析を実施した. 圧縮試験を実施した試験体の空隙率は約80%であったため、解析モデルの空隙率も80%となる ようにセル径 R_1 , R_2 を定めた. セル径 R_1 , R_2 の組み合わせは、セル径 R_1 を 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40 と変化させ、式(22)より R_2 を設定した空隙率となるように求めることで決定した. 図7に R_1 =0.25, R_2 =0.67 と して作成したユニットセルのメッシュを示す. 空隙率の高い発泡材料はポアソン比がほぼ0となる変形挙動を示 すことから、解析においては圧縮方向の伸び λ_1 を数値解析の条件として、圧縮方向に対して直交方向の伸び λ_2 , λ_3 は1.0となるように巨視的な変形勾配テンソル \tilde{F} を与えた.

4・3 内部構造による圧縮特性への影響の評価

解析で得られた応力-ひずみ曲線を図8に示す.図8には解析結果との比較のため,一軸圧縮試験の結果も示している.図9から図14に, *R*₁がそれぞれ0.15,0.20,0.25,0.30,0.35,0.40のユニットセルに圧縮ひずみ10%を与えたときの平均応力分布を示す.図9から図14に見られる変形は,S.Youssef⁹⁹らが観察した圧縮状態における発泡材料の変形形状と特徴がよく一致しており,本解析において微細構造の考慮に成功したと言える.



Fig.6 Unit-cell for homogenization method



Fig.7 FEM model of unit-cell

また,解析結果は試験結果と同様な応力-ひずみ関係を示しており、ユニットセルモデルが妥当であることが分かった. $R_1=0.35$ と $R_1=0.40$ の場合の解析結果でひずみが大きくなると圧縮剛性が低下していくのは,解析上で発泡材料の高密度化を再現できていないためである. 図8をみると, $R_1=0.25$ のときに圧縮剛性が一番高く, R_1 が 0.25 から離れていくにつれて圧縮剛性が低下し、線形弾性領域となるひずみの範囲も小さくなっている. R_1 , R_2 が定まると、図6に示すユニットセルのセル壁厚さ h_1 , h_2 が以下のように求まる.

$$h_1 = \frac{1 - R_1 - R_2}{2} \tag{23}$$

$$h_2 = \frac{\sqrt{2 - 2R_2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} - R_2 \tag{24}$$

セル壁厚さ h_1 , h_2 のうち, 値の小さい方を最小のセル壁厚さHとして, 圧縮剛性との関係をみると, 圧縮剛性には最小セル壁厚さHが密接に関わっていることが分かった. $H \ge R_1$, R_2 の関係について表2にまとめる. 表2をみると, 最小セル壁厚さHが大きいほど圧縮剛性も大きくなっている. また, 図 15 にひずみを固定したときのセル径 R_1 と圧縮応力の関係図を示す. 図 15 をみると, Hが大きい R_1 =0.25 の付近を頂点として山なりになっており, R_1 =0.25 付近で圧縮剛性が大きくなっていることがよくわかる.

実際に一軸圧縮試験で得られた結果が、 R_1 =0.25、 R_2 =0.67の場合より低い応力値になっていたのは、試験で 用いた試験体の空隙の配置にばらつきがあり、セル壁厚さも均一となっていないことが原因であると考えられる. Hが大きい R_1 =0.25、 R_2 =0.67での解析結果は、試験体に用いたポリマーを空隙率80%で発泡成形させた発泡材 料が有する事のできる最大の剛性を表していると考えられる.従って、発泡成形の際に空隙が規則正しく整列し、 セル壁厚さが均一になるようにすれば、同じ材料で同じ空隙率でも線形弾性領域を大きくでき、また、より剛性 の高い発泡材料を製作することが可能であると言える.



Fig.8 Numerical analysis results and test results

R_1	R_2	h_1	h_2	Н	$\sigma_{arepsilon=0.1}$
0.15	0.70	0.076	0.009	0.009	0.0257
0.20	0.69	0.057	0.022	0.022	0.0520
0.25	0.67	0.041	0.039	0.039	0.0666
0.30	0.65	0.026	0.060	0.026	0.0539
0.35	0.62	0.014	0.085	0.014	0.0286
0.40	0.59	0.004	0.116	0.004	0.0065
	$ \begin{array}{c} R_1 \\ 0.15 \\ 0.20 \\ 0.25 \\ 0.30 \\ 0.35 \\ 0.40 \end{array} $	$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $

Table 2 Relationship between cell size and cell wall thickness



Fig.9 Mean stress distribution $(R_1=0.15)$



Fig.11 Mean stress distribution $(R_1=0.25)$



Fig.13 Mean stress distribution $(R_1=0.35)$



Fig.10 Mean stress distribution $(R_1=0.20)$



Fig.12 Mean stress distribution $(R_1=0.30)$



Fig.14 Mean stress distribution $(R_1=0.40)$



Fig.15 Relationship between stress and cell diameter R_1

5. 結 語

本研究では、発泡材料の微細構造の観察を行い、発泡材料の断面が空隙率、セル径の平均、セル径の標準偏差 について、異なる断面でそれらの数値にばらつきが少ないことを確認した.これらの特徴から、均質化法による 二次元有限要素解析で発泡材料の力学特性を評価できると考え、ユニットセルモデルを作成して数値計算を行った.

また,一軸圧縮試験から得られた結果と作成したモデルによる解析結果の比較を行い,解析によって線形弾性 領域からプラトー領域の始まりまで数値解析で再現できることを示した.

更に,実際の発泡材料の内部構造によってどのように力学特性に影響するのかを検討するため,解析モデルに 与える2つのセル径の組み合わせが解析結果に及ぼす影響を評価した.その結果,最小のセル壁厚さが発泡材料 の圧縮剛性に大きく影響していることが分かった.

文 献

- Storakers, B., "On material representation and constitutive branching in finite compressible elasticity", *Journal of the mechanics and physics of solids*, Vol. 34, No.2 (1986), pp. 125-145.
- (2) ABAQUS Theory Manual, Version 6.4, Simulia Corporation (2012).
- (3) Kirca, M., Gul, A., Ekinci, E., Yardum, F., and Mugan, A., "Computational modeling of micro-cellular carbon foams", *Finite Elements in Analysis and design*, Vol. 44 (2007), pp. 45-52.
- (4) Greco, F., and Luciano, R., "A theoretical and numerical stability analysis for composite micro-structures by using homogenization theory", *Composites: Part B*, Vol. 42 (2011), pp. 382-401.
- (5) 岡田純一, 久田俊明, "混合型有限要素法を用いた均質化法における超弾性体の圧縮性制御に関する研究", 日本機 械学会論文集 A 編, 73 巻, 735 号 (2007-11), pp. 1201-1208.
- (6) Akihiro Matsuda, Osamu Watanabe, Re de Borst, "The Stress Rate of Hyperelasticity Based on the Updated Lagrangian Formulation", *JSME International Journal, Series A*, Vol. 47, No. 2 (2004), pp. 164-172.
- (7) 松田昭博, 渡部修, "Updated Lagrange 法による超弾性体の応力速度と有限要素定式化",日本機械学会論文集 A 編, 68 巻, 669 号 (2002), pp. 701-708.
- (8) 足立廣正,長谷川照夫,"軟質ポリウレタンフォームにおけるセル分布の評価",高分子論文集, Vol. 53, No. 9 (1996), pp. 548-554.
- (9) S., Youssef, E., Maire, R., Gaertner, "Finite element modelling of the actual structure of cellular materials determined by X-ray tomography", *Acta MATERIALIA*, Vol. 53 (2005), pp. 719-730.