

垂直方向数学モデルを用いた走法の検討

湯川 治敏^{*1}, 石倉 佑馬^{*2}, 河村 庄造^{*3}

Study on running style using vertical mathematical model

Harutoshi YUKAWA ^{*1}, Yuma ISHIKURA and Shozo KAWAMURA

^{*1} Aichi University, Faculty of Regional Policy
1-1 Machihata, Toyohashi, Aichi, 441-8522 Japan

The purpose of this study is to compare the differences of running styles, Rear-foot strike (RFS) and Fore-foot strike (FFS), concerning the parameters of the vertical mathematical model and propose effective running style. The ground reaction forces are measured by force platform under two types of running style with various velocities ranged from 2.23 m/s to 4.46 m/s. A unique set of parameters of the model for each trial is computed by nonlinear programming to minimize the sum of the relative standard error of ground reaction force and the relative error of rebound velocity. The differences of the running styles were considered by using results from parameters of multi-degree of freedom model. The results of this study indicate that although the FFS needs much energy than that of RFS in low speed running, the FFS needs less energy than that of RFS in high speed running because of the impulse as the internal forces that is calculated by a set of parameters of multi-degree of freedom model.

Key Words : Rear-foot strike, Fore-foot strike, Vertical mathematical model, Ground reaction force, Parameter

1. 緒言

昨今の国際大会でのアフリカ選手の男子マラソンの活躍が目立つ中⁽¹⁾, 彼らの走法である Fore-foot strike (足底前部, 主に拇指球を最初に接地する走法, 以下 FFS) に注目が集まっている. しかしながら, ランナーの約 8 割はかかとから先に着地し, その後前部を着ける Rear-foot strike (以下 RFS) により走行している. 一方, 近年の健康ブームの到来によりジョギングや健康マラソンが広く普及し, それに伴うジョギング人口の増加により, ランナーズ障害と呼ばれる足関節や膝関節, 腰部などの障害が問題となっている. これらの障害は主にランニング中の着地期において, 身体が走路から受ける着地衝撃に起因していることが明らかにされている. したがって, ランナーズ障害の抑止には走路やシューズなどによる緩衝作用が必要となる. これまでに小林ら⁽²⁾は多段階衝撃試験法によってスポーツサーフェスなどの緩衝材について, 鉛直方向における緩衝性を高い精度で同定できる数学モデルを提案した. また, 湯川ら⁽³⁾はランニングにおいて人体の動作とシューズを考慮した鉛直方向の着地衝撃を再現する数学モデルを 2 質量粘弾性モデルで提案している. さらに, 梅田ら⁽⁴⁾は人体とスポーツサーフェスの両方を考慮した鉛直方向の緩衝性を再現する数学モデルを提案している. しかしこれらの研究のほとんどが RFS の衝撃を考慮しており, FFS に関する研究は少ないため, FFS に関するランナーへの着地衝撃の影響は明らかにされていないことが多い.

本研究では湯川の 3 自由度鉛直方向数学モデルを用いてパラメータ同定を行い, FFS と RFS の走方法の違いをモデルのパラメータの違いから検討を行い, モデルのパラメータから効率の良い走法についての検討を行う.

^{*1} 正員, 愛知大学 地域政策学部 (〒441-8522 愛知県豊橋市町畑町 1 番地 1)

^{*2} 豊橋技術科学大学大学院 工学研究科

^{*3} 正員, 豊橋技術科学大学 機械工学系

E-mail: yukawa@aichi-u.ac.jp

2. 着地衝撃の多自由度モデル

図1に一般的な着地衝撃波形を示す。鉛直成分において、定常走行中のランニングにおける着地衝撃波形は二峰性となる。着地直後に発生する鋭い衝撃パルスは支持脚の足部と地面との衝突によって生じ、衝撃作用時間は約30msecと短い。人間は脳から出る電気信号が筋肉に伝わり、緩衝動作を行うまでに一定時間を要するため、この作用時間内では随意的に緩衝動作が出来ない。そのことから初期の衝撃パルスは受動的衝撃、もしくは受動的負荷と呼ばれており、ランナーズ障害の直接的な原因と考えられている。運動後半から離地にかけての比較的緩やかな衝撃パルスは支持脚以外の身体部分を着地動作によって受け止め、さらに上方へ跳ね上げるようなランナーの随意的な動作によって生じており、能動的衝撃、もしくは能動的負荷と呼ばれている。

身体全体を質点系としてとらえれば、ランニングは水平方向に移動する質点が鉛直方向に振動しているモデルに当てはまる。さらに、水平方向が等速であるとするれば鉛直方向1次元モデルとして取り扱うことができると考えられる。身体重心が下向きの速度をもって地面に衝突し、着地期の後に再び上向きの速度をもって空中に跳び上がる。この繰り返しによってランニングが成立している。したがって本研究では、着地衝撃を鉛直方向1次元モデルとして扱う。また以下では、着地瞬間の身体重心における鉛直方向速度を入射速度、離地瞬間の鉛直方向速度を反射速度とする。

図2に本研究で使用する多自由度モデルを示す。質量 m_2 は、シューズの質量を仮定し常に0.1kgと一定の値とする。下部質量 m_1 は、受動的負荷に関係すると考えられている支持脚の足部、下腿、大腿などを集中質量として表している。また m_0 は身体全質量から m_1, m_2 を除いた質量である。各質量下部には垂直跳びや着地動作などを粘弾性モデルによって説明している研究と同様に、粘性要素と弾性要素を並列に配置している。これは、人間の動作中の弾性エネルギーの利用を仮定していることや、筋内部でのエネルギー消費などを考慮に入れているためである。以下に本モデルでの仮定を示す。

- (1) 走り方や走速度の違いは、着地衝撃におけるパラメータの違いとして表すことができる。
- (2) 走り方や走速度の違いにより m_0, m_1 に相当する身体部分も変化すると考えられるため、 m_0, m_1 の質量は可変とする。ただし、両質量の合計は常に身体全質量に等しく、着地期間中の質量変化はないものとする。
- (3) 着地期間中、パラメータの値は変化しない。ただし、パラメータの切り替えは可能とする。

sp_1 及び dp_1 は線形要素であり、 sp_0 及び sp_2 は非線形要素である。 dp_0 は非線形非対称粘性要素であり、両質量間の相対速度の正負によって特性が異なる。つまり、圧縮過程と復元過程におけるパラメータを切り替えることにより、エネルギーの損失を抑え、さらに着地期後半においては、パラメータが負になることによって能動的要素としての特性を示し、損失したエネルギーを補うことができる。

運動方程式を以下に示す。

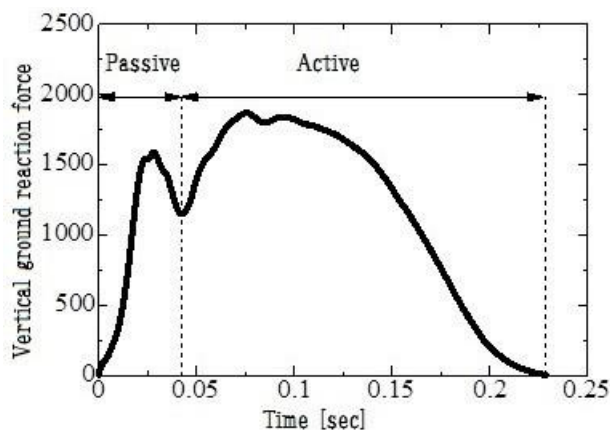


Figure 1 General vertical ground reaction force

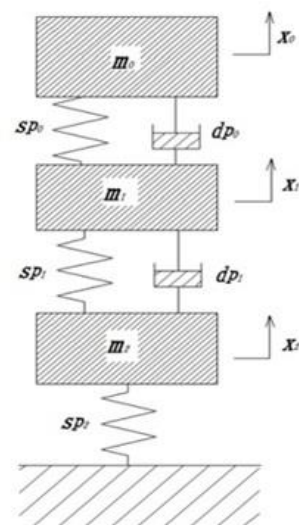


Figure 2 Multi-degree of freedom model

$$m_0 \frac{d^2}{dt^2} x_0 = -k_0 \text{sign}(x_0 - x_1) |x_0 - x_1|^{p_0} + D - m_0 g \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$m_1 \frac{d^2}{dt^2} x_1 = -k_1(x_0 - x_1) - c_1(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) + k_0 \text{sign}(x_0 - x_1) |x_0 - x_1|^{p_0} + D - m_1 g \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$m_2 \frac{d^2}{dt^2} x_2 = -k_2 \text{sign}(x_2) |x_2|^{p_2} + k_1(x_0 - x_1) + c_1(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) - m_2 g \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$D = \begin{cases} -c_0 \text{sign}(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) |\dot{x}_0 - \dot{x}_1|^{q_0} & (\dot{x}_0 - \dot{x}_1 < 0) \\ -c'_0 \text{sign}(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) |\dot{x}_0 - \dot{x}_1|^{q'_0} & (\dot{x}_0 - \dot{x}_1 \geq 0) \end{cases} \quad \dots \dots \dots (4)$$

- m_0, m_1, m_2 : 質量($m_0+m_1+m_2$ =全質量)
- x_0, x_1, x_2 : 変位
- k_0, p_0, k_2, p_2 : 非線形弾性要素のパラメータ
- k_1 : 線形弾性要素のパラメータ
- c_1 : 線形粘性要素のパラメータ
- c_0, q_0 : 圧縮過程における非線形非対称粘性要素のパラメータ
- c'_0, q'_0 : 復元過程における非線形非対称粘性要素のパラメータ
- $\text{sign}(\)$: 符号関数

3. 着地衝撃及び身体重心の速度の測定

2種類の走法の様々な走速度における着地衝撃を見るために、約15mの屋内走路の10m地点にフォースプレート(KISTLER社製 Type 9281B)を置き、ランニング中の1歩の着地衝撃の測定を行った。被験者は21~24歳の男子陸上競技選手5名で、身長は172~174cm、体重は55~62kgである。また、被験者には事前に豊橋技術科学大学生生活安全委員会による、実験に対する十分な説明の機会を設けている。被験者には、RFSとFFSについてそれぞれ被験者の主観での3段階の走速度で1人の被験者に対して約30試技の計測を行った。また、フォースプレートを中心に半径約3mの地点に8台のモーションキャプチャカメラ(Natural Point社製 S250e)を円状に設置し、被験者の全身39ヶ所にマーカーを装着し、身体各部の動作を観察する。尚、マーカーの装着箇所はPlug-in gait markerの装着位置を用いた。また、フォースプレート及びモーションキャプチャのサンプリング周波数はそれぞれ2000Hz、250Hzで測定を行った。

全身に装着されたマーカー位置から身体重心の座標を算出⁽⁵⁾し、走速度及び身体重心の入射・反射速度の算出を行った。

4. パラメータ同定

各試技における着地衝撃を再現するためには、式(1)~(4)におけるパラメータと着地瞬間における m_0 と m_1 の速度比の計12のパラメータを同定する必要がある。身体質量は一定であるので、 m_0 と m_1 の比を1つのパラメータとして扱った。質量配分をパラメータとして扱う理由については、本来多リンク系として扱われる人間の動作を、着地衝撃の特徴が表せる程度の単純な3質量系にモデル化したため、両質量間の明確な境界が特定しにくいこと、さらに、走法や脚部の筋の収縮の仕方によっても質量配分が異なると考えられるためである。また、身体重心の入射速度は測定されているが、各質量における入射速度は異なると考えられるため、各質量の速度比を1つのパラメータとして扱い、合成速度が入射速度と等しくなるように設定した。

各パラメータが決まれば、微分方程式の初期値問題として式(1)~(4)を解き、実際の着地衝撃波形との比較を行う。パラメータは遺伝的アルゴリズム⁽⁶⁾を用いて初期値の探索を行う1次探索と、1次探索の結果を元に非線形計

画法の座標回転法⁽⁷⁾ (Rosenbrock の方法) を用いて行う 2 次探索の 2 段階により行った。1 次探索では、これまでの傾向⁽²⁾⁽⁸⁾を元に各パラメータに一定の範囲を設け、その範囲内でランダムにパラメータを生成した後、遺伝的アルゴリズムを適用し最適解を導く。また、2 次探索における目的関数を以下に示す。

$$ObjectiveFunction = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i - \hat{f}_i)^2}{n-1}}}{\frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n}} + \left| \frac{V_{CG_{out}} - \frac{m_0 V_{0_{out}} + m_1 V_{1_{out}}}{m_0 + m_1}}{V_{CG_{out}}} \right| \dots \dots \dots (5)$$

f_i : 実験で得られた着地衝撃

\hat{f}_i : シミュレーションで得られた着地衝撃

$V_{0_{out}}$: シミュレーションにおける m_0 の反射速度

$V_{1_{out}}$: シミュレーションにおける m_1 の反射速度

$V_{CG_{out}}$: モーションキャプチャによって得られた身体重心の反射速度

この目的関数では、実験値とシミュレーションにおける着地衝撃の相対標準誤差 (RSE) と反射速度の相対誤差の和が最小となるようにパラメータ探索を行う。また、RFS と FFS の比較を行うために、全ての試技に対して同じモデル、同じ目的関数を用いる。

5. 同定結果

シミュレーションは全被験者の内短距離選手 2 名それぞれの RFS, FFS について行った。また走速度は低速と高速のものを使用し、パラメータ同定を行う。各試技における走速度、シミュレーションにおける RSE、反射速度の相対誤差を表 1 に示す。ただし、同じアルファベットの試技は同じ被験者を表し、RFS はかかと着地、FFS はつま先着地を示し、L は低速、H は高速を示す。また、着地衝撃の実験値とシミュレーションでの値の比較を図 3, 4, 5, 6, にそれぞれ示す。

Table 1 Running velocity, RSE and Relative error of release velocity for each trial

Trial No.	Running Velocity [m/s]	Running type	RSE [%]	Relative error of release velocity [%]
A_RFS_L	2.96	RFS	7.86	0.028
A_FFS_L	3.09	FFS	11.77	0.109
A_RFS_H	4.47	RFS	7.88	0.208
A_FFS_H	4.21	FFS	8.87	0.226
B_RFS_L	2.23	RFS	12.07	0.004
B_FFS_L	2.44	FFS	7.76	0.317
B_RFS_H	3.92	RFS	9.94	0.629
B_FFS_H	4.04	FFS	8.99	1.705
Mean error			9.393	0.4033

表 1 に示すように、いずれの試技においても、過去の研究⁽³⁾⁽⁸⁾と同程度の十分な精度の RSE と反射速度の相対誤差で同定できていること、図 3,4,5,6 における、着地期間が一致していることから、RFS の試技についてはファーストピークの振幅と周波数の同定ができており、FFS と RFS の特徴は再現できており、両者の比較は可能であると考えられる。

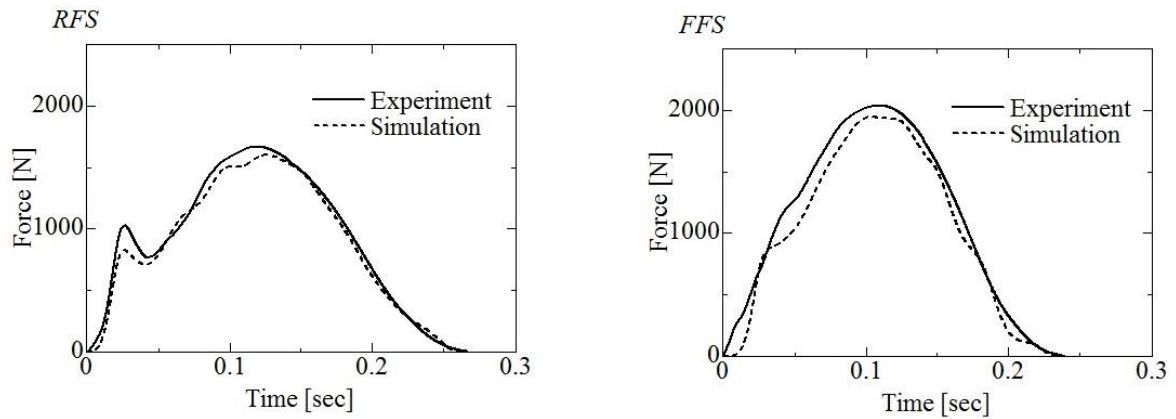


Figure 3 Vertical ground reaction forces by experiment and simulation of trial number A_RFS_L(left) and A_FFS_L(right)

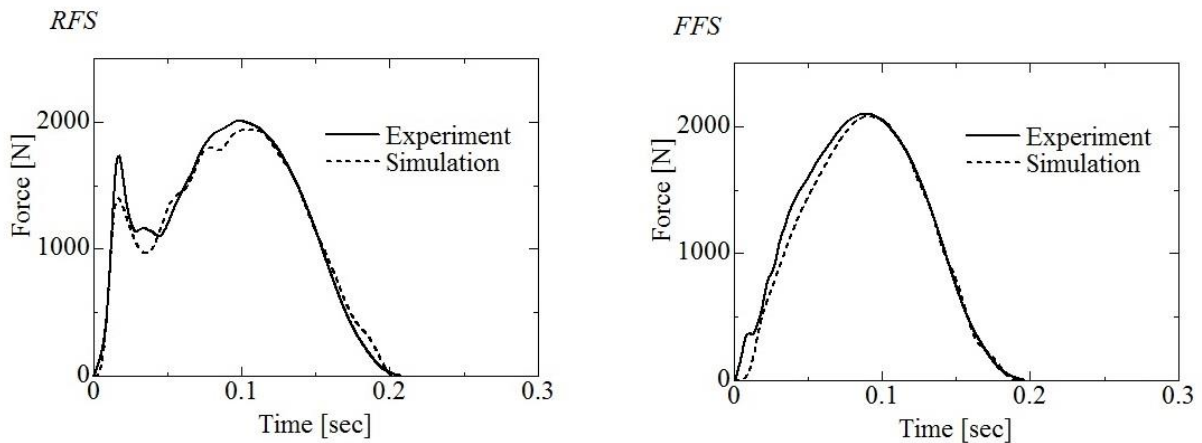


Figure 4 Vertical ground reaction forces by experiment and simulation of trial number A_RFS_H(left) and A_FFS_H(right)

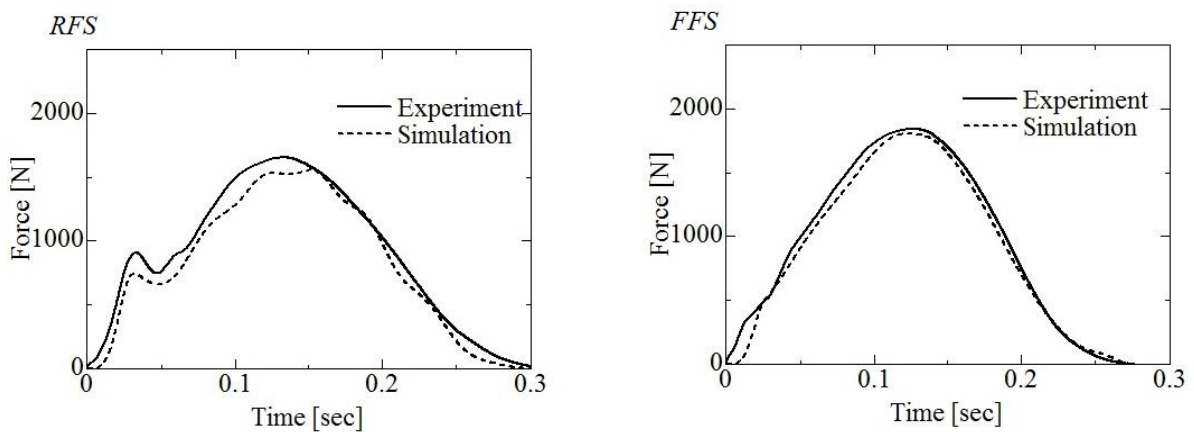


Figure 5 Vertical ground reaction forces by experiment and simulation of trial number B_RFS_L(left) and B_FFS_L(right)

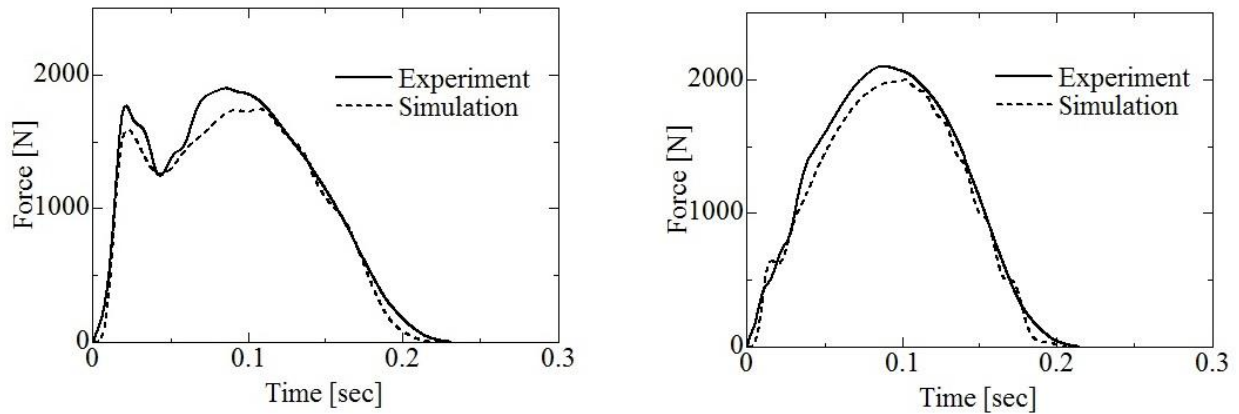


Figure 6 Vertical ground reaction forces by experiment and simulation of trial number B_RFS_H(left) and B_FFS_H(right)

6. パラメータ比較

同じ被験者で走速度が同程度の A_RFS_L と A_FFS_L, A_RFS_H と A_FFS_H, B_RFS_L と B_FFS_L, B_RFS_H と B_FFS_H のそれぞれの試技について各パラメータの比較を行うために、表 2, 3, 4, 5 にそれぞれ試技についての 12 のパラメータを列記する。ただし最下行は、2つの試技のそれぞれのパラメータの比を示している。

Table 2 Set of parameters of trial number A_RFS_L and A_FFS_L

Trial No.	m_{01}	k_0	p_0	c_0	q_0	c'_0
A_RFS_L	0.813	4.29×10^4	1.306	401.8	10.000	-216.2
A_FFS_L	0.899	7.40×10^4	1.347	281.7	7.346	-332.0
Ratio	1.11	1.73	1.03	0.70	0.73	1.54
Trial No.	q'_0	k_1	c_1	k_2	p_2	V_{ratio}
A_RFS_L	0.834	3.03×10^6	2.89×10^3	2.18×10^9	2.830	0.2387
A_FFS_L	1.510	2.88×10^7	3.79×10^3	2.33×10^9	3.497	0.5240
Ratio	1.81	9.51	1.31	1.07	1.24	2.20

Table 3 Set of parameters of trial number A_RFS_H and A_FFS_H

Trial No.	m_{01}	k_0	p_0	c_0	q_0	c'_0
A_RFS_H	0.862	5.02×10^4	1.217	235.8	7.871	-387.7
A_FFS_H	0.964	9.03×10^4	1.263	586.8	4.089	-194.5
Ratio	1.12	1.80	1.04	2.49	0.52	0.50
Trial No.	q'_0	k_1	c_1	k_2	p_2	V_{ratio}
A_RFS_H	0.749	7.58×10^7	-1.16×10^2	8.10×10^9	3.172	0.5193
A_FFS_H	1.360	5.13×10^7	4.50×10^3	7.85×10^8	3.149	0.5340
Ratio	1.82	0.68	-38.71	0.10	0.99	1.03

Table 4 Set of parameters of trial number B_RFS_L and B_FFS_L

Trial No.	m_{01}	k_0	p_0	c_0	q_0	c'_0
B_RFS_L	0.876	4.05×10^4	1.292	315.1	5.685	-177.8
B_FFS_L	0.923	7.69×10^4	1.455	423.7	5.305	-186.4
Ratio	1.05	1.90	1.13	1.34	0.93	1.05
Trial No.	q'_0	k_1	c_1	k_2	p_2	V_{ratio}
B_RFS_L	1.163	7.16×10^6	3.01×10^3	5.04×10^8	3.319	0.8608
B_FFS_L	1.163	1.80×10^5	1.57×10^3	1.29×10^9	3.458	0.6168
Ratio	1.00	0.03	0.52	2.57	1.04	0.72

Table 5 Set of parameters of trial number B_RFS_H and B_FFS_H

Trial No.	m_{01}	k_0	p_0	c_0	q_0	c'_0
B_RFS_H	0.886	5.31×10^4	1.257	485.5	3.929	-125.0
B_FFS_H	0.968	5.22×10^4	1.193	244.5	2.119	-171.0
Ratio	1.09	0.98	0.95	0.50	0.54	1.37
Trial No.	q'_0	k_1	c_1	k_2	p_2	V_{ratio}
B_RFS_H	0.953	8.47×10^7	1.20×10^3	6.52×10^9	3.460	0.6112
B_FFS_H	0.967	2.43×10^6	9.66×10^2	1.31×10^9	2.956	0.3961
Ratio	1.01	0.03	0.81	0.20	0.85	0.65

6.1 質量比についての比較・検討

RFS と FFS の m_{01} の変化について、Lieberman の過去の研究において、RFS に比べて FFS の方が同じ身体質量でも着地衝撃に直接影響を及ぼす質量である有効質量が小さくなり、それにより受動的負荷が小さくなるという報告⁹⁾がある。表 2, 3, 4, 5 を見てみると、被験者 A の低速については 11%、高速については 12%、被験者 B の低速については 5%、高速については 9%、 m_{01} の値が RFS に比べて FFS の方が高い傾向にあることが分かる。ここで m_{01} は全質量に対する m_0 の比であるため、 m_{01} が大きくなるということは被験者 A の低速については 6.82kg、高速については 7.44kg、被験者 B の低速については 3.00kg、高速については 5.40kg、 m_1 、つまり下部質量が小さくなっていることが分かる。受動的負荷に関係する m_1 の値が小さくなっていることは、図 3, 4, 5, 6 において両被験者とも受動的負荷がほとんど確認されないことから確認することができる。以上をまとめると、下部質量の小さい FFS は RFS に比べて受動的負荷の大きさが小さく、受動的負荷はランナーズ障害の原因と考えられていることから、FFS は RFS に比べてランナーズ障害に対するリスクが小さいと考えられる。

6.2 切替可能パラメータを含む粘性要素についての比較・検討

図 2 のモデルで dp_0 にあたる 4 つの切り替え可能なパラメータ c_0, q_0, c'_0, q'_0 について、運動方程式(4)から得られた、 dp_0 の発揮する力を図 7, 8, 9, 10 にそれぞれ示す。また、それぞれの力積値を表 6 に示す。低速試技について、被験者 A については 22.8%、被験者 B については 6.6%、RFS よりも FFS の方が高い力積を示している。しかしながら、高速試技について、被験者 A については 59.7%、被験者 B については 16.1%、RFS よりも FFS の方が低い力積を示している。図 7, 8, 9, 10 から同様のことが観察できる。本モデルにおいて、 dp_0 の発揮する力は筋内部で消費される力とみなすことができるため、高速試技においては、力積値の小さい FFS の方がより小さいエネルギーでのランニングを実現できていると言える。以上をまとめると、低速時においては、FFS は RFS に比べてエネルギー効率の良い走法とは言えないが、高速時においては、FFS は RFS に比べてエネルギー効率の良い走法であると言える。

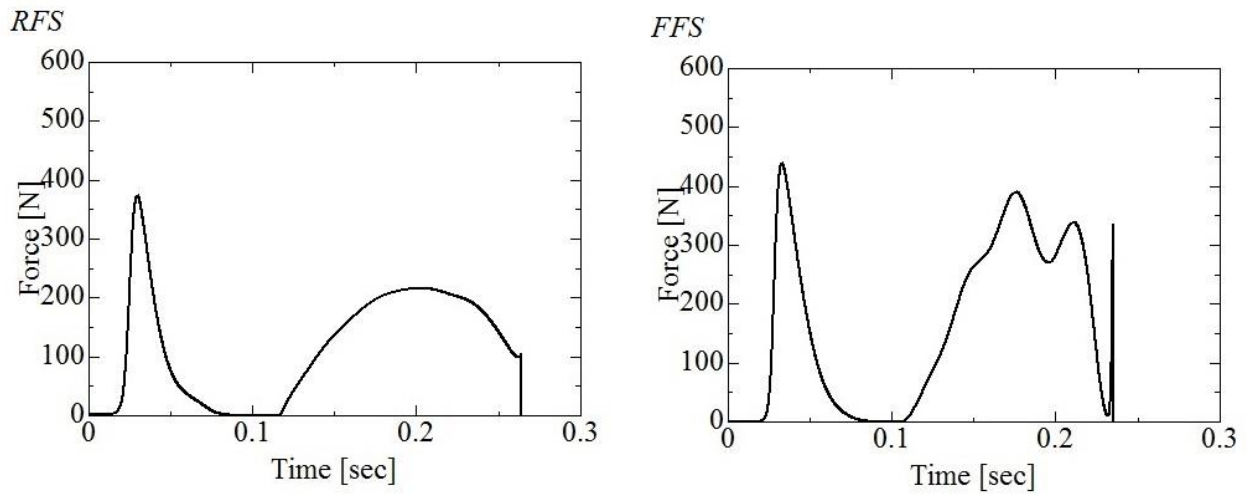


Fig. 7 Time series graph of force that is produced by dp_0 of trial number A_RFS_L (left) and A_FFS_L (right)

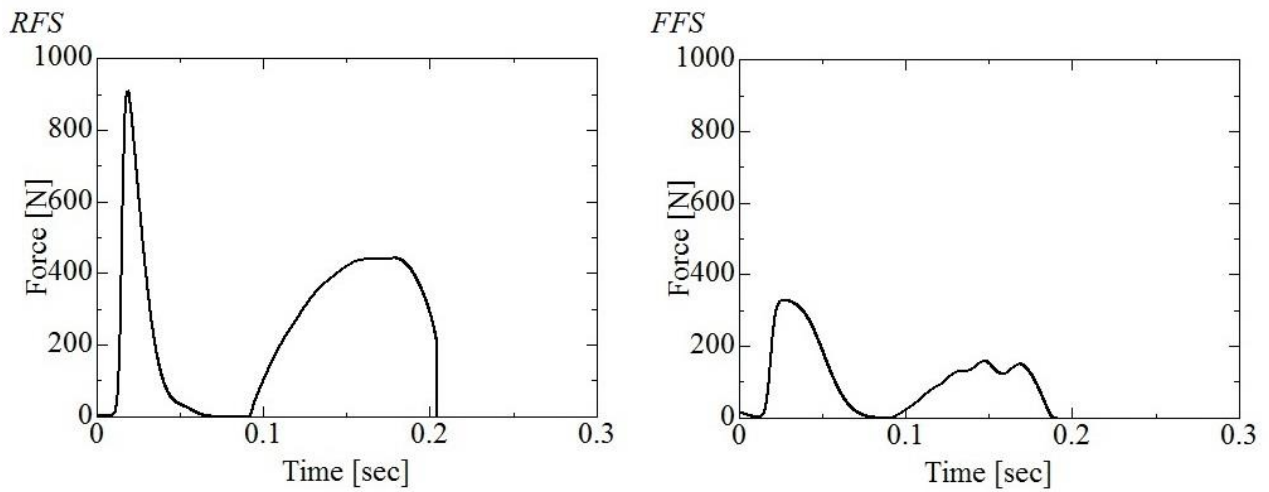


Fig. 8 Time series graph of force that is produced by dp_0 of trial number A_RFS_H (left) and A_FFS_H (right)

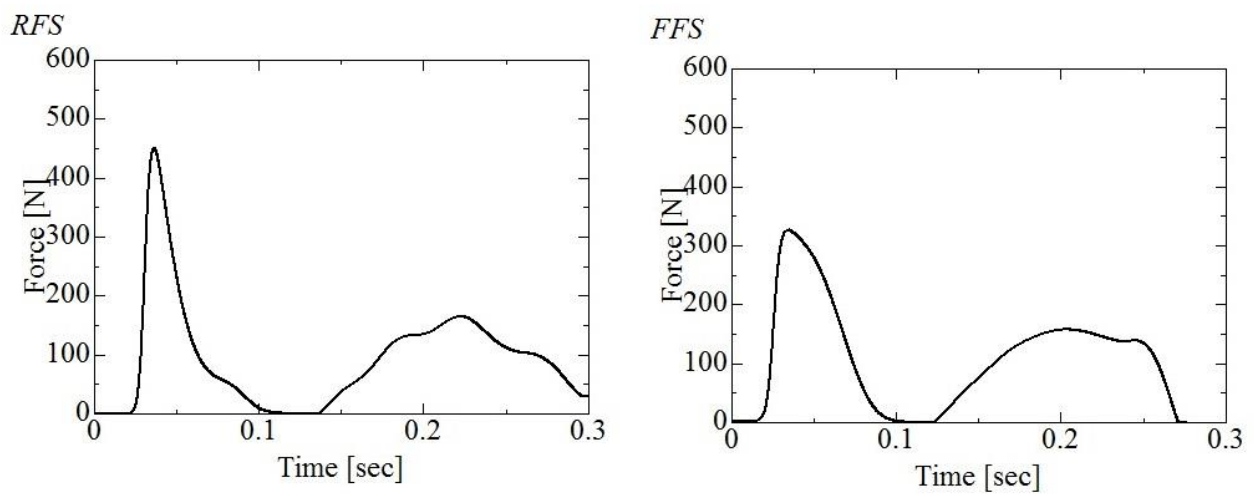


Fig. 9 Time series graph of force that is produced by dp_0 of trial number B_RFS_L (left) and B_FFS_L (right)

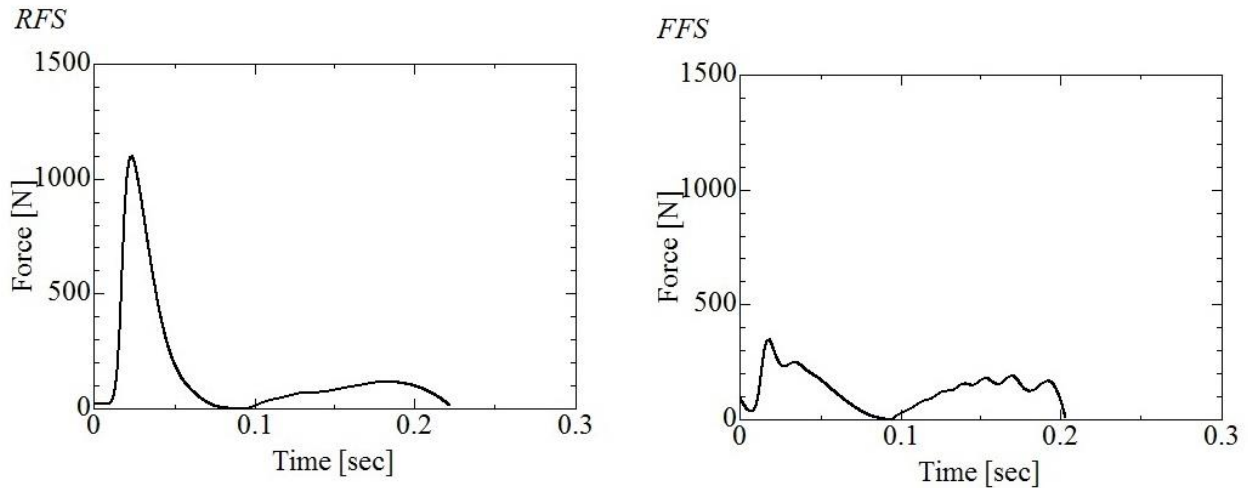


Fig. 10 Time series graph of force that is produced by dp_0 of trial number B_RFS_H(left) and B_FFS_H(right)

Table 6 Impulse of horizontal ground reaction force for each trial

Trial No.	Impulse [N·s]	Trial No.	Impulse [N·s]	Trial No.	Impulse [N·s]	Trial No.	Impulse [N·s]
A_RFS_L	30.66	A_RFS_H	51.03	B_RFS_L	27.97	B_RFS_H	35.02
A_FFS_L	37.66	A_FFS_H	20.58	B_FFS_L	29.82	B_FFS_H	29.39
Ratio	1.228	Ratio	0.403	Ratio	1.066	Ratio	0.839

7. 結言

RFS と FFS の 2 種類の走法について鉛直方向数学モデルによるパラメータ同定を行い、その結果から 2 種類の走法の違いの検討を行った。

以下に結論を示す。

- (1) RFS と FFS の 2 種類の走法は、同じ鉛直方向数学モデルを用いてパラメータ同定が可能である。
- (2) FFS では RFS に比べてモデルの下部質量が小さくなり、そのため受動的負荷にあたるピークがほとんど観察されなくなり、ランナーズ障害に対するリスクが小さくなる。
- (3) 低速時においては、FFS は RFS に比べて筋内部で消費される力が大きくなるが、高速時においては、FFS は RFS に比べて筋内部で消費される力が小さくなり、より少ないエネルギーでのランニングが可能であると考えられる。

以上をまとめると、FFS では RFS に比べて、鉛直多自由度モデルでの下部質量が減少することにより、着地衝撃の受動的負荷が小さくなり、ランナーズ障害を引き起こしにくいと言える。また、高速走行時において、FFS では RFS に比べて、筋内部で消費される力が小さくなることから、少ないエネルギーでの効率的なランニングが可能であると考えられる。

8. 参考文献

- (1) International Association of Athletics Federations (<http://www.iaaf.org/>)
- (2) Kazutoshi Kobayashi and Harutoshi Yukawa, Identification of the Exponential Function Type Nonlinear Voigt Model for Sports Surfaces by Using a Multi-Intensity Impact Test, Journal of System Design and Dynamics, Vol.5, No.6, 2011, pp.1326-1336.
- (3) 湯川治敏, 小林一敏: 可変質量粘弾性モデルによるランニング中の着地衝撃のパラメータ同定, 機論, 61-587, C(1994), 220.

- (4) 湯川治敏, 梅田伸明, 河村庄造, ランナー・スポーツサーフェス連成系の解析を用いたスポーツサーフェス緩衝性能の検討, 日本機械学会 ジョイントシンポジウム 2008 (No.08-23), pp.303-306. 平成 20 年(2008)11 月
- (5) スポーツバイオメカニクス 20 講, 阿江通良 藤井範久, 朝倉書店
- (6) 遺伝アルゴリズムハンドブック, L. デービス 嘉数侑昇 三上貞芳 皆川雅章 川上敬 高取則彦 鈴木恵二, 森北出版株式会社
- (7) Komor, A., Morawski, J. and Pruski, L., Control systems analysis of the take-off phase of the vertical jump, Biomech. VII-B (1981), 257.
- (8) Harutoshi Yukawa, Akinori Tokizawa and Shozo Kawamura, Generating two dimensional ground reaction forces with a viscoelastic runner model, Procedia Engineering 13 (2011) 161-167
- (9) Lieberman DE, Venkadesan M, Werbel WA, Daoud AI, D'Andrea S, Davis IS, Mang'eni RO, Pitsiladis Y, Foot strike patterns and collision forces in habitually barefoot versus shod runners., Nature. 2010 Jan 28;463(7280):531-5